

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR COMPTABILITÉ ET GESTION

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Session 2017

Durée : 2 heures

Coefficient : 3

Calculatrice autorisée.

La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction
interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Le sujet comporte 6 pages, numérotées de 1/6 à 6/6.

EXERCICE 1 (10 points)

Les trois parties peuvent être traitées de façon indépendante.

PARTIE A : Probabilité conditionnelle

Dans le cadre de la formation continue, une grande entreprise spécialisée dans les télécommunications propose à ses salariés de participer à un seul des trois stages suivants :

- perfectionnement en anglais ;
- initiation à la gestion ;
- approfondissement des outils logiciels.

On s'intéresse aux salariés qui se sont inscrits à l'un de ces stages. Parmi eux, 40 % ont choisi un perfectionnement en anglais, 25 % ont choisi une initiation à la gestion, et les autres ont choisi un approfondissement des outils logiciels.

Les stages ayant tous lieu dans un même institut, l'entreprise a interrogé les salariés participant aux stages afin de savoir s'ils sont favorables à la mise en place d'un transport collectif pour effectuer le trajet entre l'entreprise et l'institut de formation. Les résultats de ce sondage sont reportés ci-dessous :

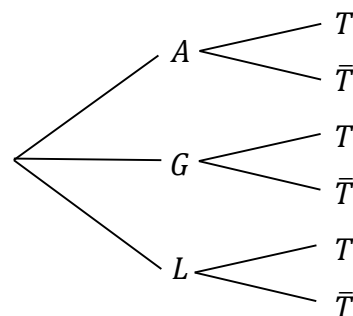
- 50 % des salariés ayant choisi le stage de perfectionnement en anglais et 40 % des salariés ayant choisi le stage d'initiation à la gestion sont favorables à la mise en place d'un transport collectif ;
- 20 % des salariés ayant choisi le stage d'approfondissement des outils logiciels ne sont pas favorables à la mise en place d'un transport collectif.

On interroge au hasard un salarié inscrit à l'un des trois stages. On note :

- A l'événement : « le salarié a choisi le stage de perfectionnement en anglais » ;
- G l'événement : « le salarié a choisi le stage d'initiation à la gestion » ;
- L l'événement : « le salarié a choisi le stage d'approfondissement des outils logiciels » ;
- T l'événement : « le salarié est favorable à la mise en place d'un transport collectif ».

1. Donner : $P(L)$, $P_G(T)$ et $P_L(\bar{T})$.

2. Recopier et compléter l'arbre pondéré de probabilité ci-contre (aucune justification n'est demandée) :



3. Calculer $P(A \cap T)$ et interpréter le résultat.

4. Montrer que $P(T) = 0,58$.

5. Sachant que le salarié est favorable à la mise en place d'un transport collectif, calculer la probabilité qu'il ait choisi le stage d'initiation à la gestion. Arrondir le résultat au millième.

PARTIE B : Loi binomiale

Dans cette partie les résultats seront si nécessaire arrondis au millième.

On interroge à présent au hasard 50 participants au stage. On suppose que le nombre de salariés est suffisamment grand pour assimiler ce sondage à un tirage avec remise, et on note X la variable aléatoire qui donne le nombre de salariés souhaitant utiliser un transport collectif.

On rappelle que la probabilité qu'un salarié souhaite utiliser un transport collectif est égale à 0,58.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2.
 - a) Calculer $P(X = 30)$. Interpréter ce résultat par une phrase.
 - b) Déterminer la probabilité qu'au plus 48 salariés parmi les 50 interrogés souhaitent utiliser un transport collectif.
3. Calculer l'espérance de X et interpréter ce résultat par une phrase.

PARTIE C : Loi normale

Dans cette partie les résultats seront si nécessaire arrondis à 10^{-4} .

On admet que le temps de transport en minutes d'un salarié choisi au hasard dans cette entreprise peut être modélisé par une variable aléatoire Y qui suit une loi normale de moyenne 30 et d'écart-type 8.

1.
 - a) Calculer la probabilité que le temps de transport d'un salarié soit inférieur à 40 minutes.
 - b) Calculer $P(22 \leq Y \leq 38)$, interpréter ce résultat par une phrase.
2. Expliquer comment on peut déterminer, sans utiliser la calculatrice, un réel a tel que $P(30 - a \leq Y \leq 30 + a) \approx 0,95$. Donner cette valeur de a .

EXERCICE 2 (10 points)

Dans cet exercice, la partie A est indépendante des parties B et C. Un formulaire est donné à la fin de l'exercice.

Dans tout l'exercice, les taux demandés seront donnés en pourcentage, arrondis à 0,01 si nécessaire.

Partie A : Étude du chiffre d'affaires d'une entreprise

Le tableau suivant est un extrait d'une feuille de calcul d'un tableur et indique en ligne 3 le chiffre d'affaires mensuel, exprimé en milliers d'euros, d'une entreprise pour les premiers mois de l'année 2016. Certaines valeurs du tableau sont manquantes.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Mois	janv-16	févr-16	mars-16	avr-16	mai-16	juin-16
2	Rang du mois	1	2	3	4	5	6
3	Chiffre d'affaires mensuel (en milliers d'euros)	24,1	22,3				18,5
4	Évolution du chiffre d'affaires par rapport au mois précédent (en pourcentages)				1,94%	- 8,10%	- 4,15%

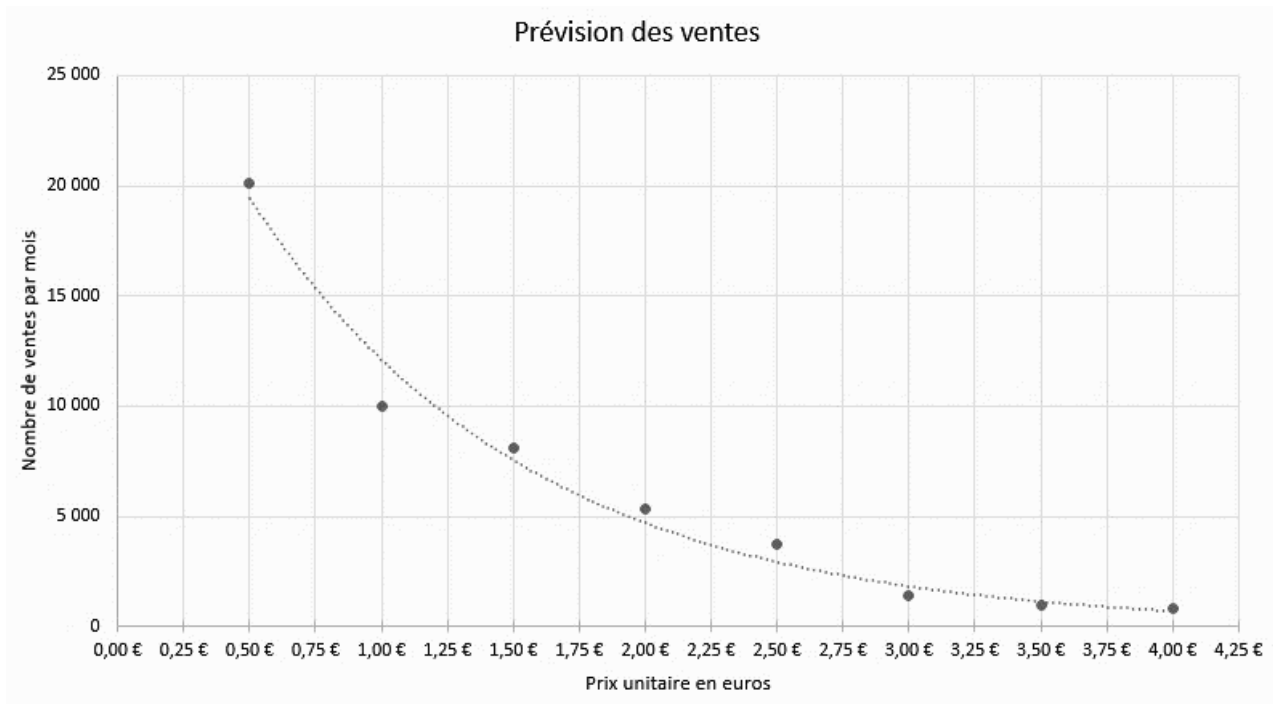
Par exemple, le chiffre d'affaires de l'entreprise du mois de février 2016 s'élevait à 22,3 milliers d'euros, et on constate une diminution de 4,15 % du chiffre d'affaires de juin 2016 par rapport à celui de mai 2016.

1.
 - a) Calculer le taux d'évolution du chiffre d'affaires de cette entreprise entre janvier et février 2016.
 - b) La ligne 4 du tableau est au format pourcentage à deux décimales. Quelle formule pourrait-on saisir en cellule C4 afin de calculer, par recopie vers la droite jusqu'en G4, les taux d'évolution mensuels successifs du chiffre d'affaires de cette entreprise ?
2.
 - a) En utilisant les taux indiqués en E4, F4 et G4, montrer que le chiffre d'affaires mensuel de l'entreprise a baissé d'environ 10,20 % entre mars 2016 et juin 2016.
 - b) En déduire le taux d'évolution mensuel moyen du chiffre d'affaires entre mars 2016 et juin 2016. On donnera le résultat sous forme de pourcentage.

Partie B : Mise en vente d'un nouveau produit

Afin de contrer la baisse globale de son chiffre d'affaires sur les premiers mois de l'année, l'entreprise prévoit la mise sur le marché d'un nouveau produit. L'entreprise a réalisé une étude auprès de ses clients pour estimer la quantité de produits qu'elle pourrait vendre par mois en fonction du prix unitaire fixé pour ce produit.

Les résultats sont symbolisés sur le graphique ci-dessous par le nuage de points.



Par exemple, si l'entreprise choisit de vendre son produit 2 €, elle en vendrait environ 5 000 par mois.

On décide d'utiliser une « courbe de tendance exponentielle », tracée en pointillés sur le graphique ci-dessus, ajustant au mieux le nuage de points.

1. Pour des raisons de coûts de production, l'entreprise ne peut pas vendre son produit moins de 0,75 euro l'unité. Avec la précision permise par le graphique, déterminer le nombre maximal de produits qu'elle pourrait espérer vendre par mois.
2. L'entreprise doit vendre au moins 8 000 produits par mois pour maintenir son activité. Avec la précision permise par le graphique, estimer le prix unitaire à ne pas dépasser pour maintenir l'activité de l'entreprise.

Partie C : Étude du chiffre d'affaires engendré par la mise en vente de ce nouveau produit

On admet que le chiffre d'affaire de l'entreprise en fonction du prix à l'unité du produit est modélisé par la fonction R définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

$$R(x) = 31\,200 x \times e^{-0,94x}$$

Plus précisément, si les produits sont vendus x euros l'unité, le chiffre d'affaire est estimé par $R(x)$.

1. On admet que la fonction R est dérivable sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ et on note R' sa fonction dérivée. Montrer que, pour tout x de l'intervalle $[0 ; +\infty[$, on a :

$$R'(x) = 31200 (1 - 0,94x) e^{-0,94x}$$

2. Étudier le signe de $R'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
3. En déduire le tableau de variation de la fonction R sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$. Dans ce tableau, on donnera une valeur approchée à 10^{-2} de l'extremum de cette fonction.
4. Quel prix unitaire doit choisir l'entreprise pour obtenir le chiffre d'affaires le plus important ? Donner une valeur arrondie au centime d'euro près de ce prix unitaire et du chiffre d'affaires correspondant.

FORMULAIRE

Soit u et v sont deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I .

La fonction uv est dérivable sur I et on a :

$$(uv)' = u'v + uv'$$

La fonction e^u est dérivable sur I et on a :

$$(e^u)' = u'e^u$$