

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

COMPTABILITÉ ET GESTION

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Session 2019

Durée : 2 heures
Coefficient : 3

Matériel autorisé :

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode d'examen, est autorisé.

La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Le sujet comporte 5 pages, numérotées de 1/5 à 5/5.

BTS COMPTABILITE ET GESTION		Session 2019
Épreuve de mathématiques	CGMAT	Page 1/5

Exercice 1 (9 points)

Les parties A, B et C sont indépendantes

La société « RADIALTOP » fabrique des pneus de deux catégories, la catégorie « pneu hiver » et la catégorie « pneu 4 saisons ».

Pour améliorer la sécurité, le fabricant effectue des tests de qualité :

Parmi les pneus hiver, 96% ont réussi les tests de qualité.

Parmi les pneus 4 saisons, 97% ont réussi les tests de qualité.

Le site de vente en ligne de pneumatiques « PNEUTOP » dispose de pneus venant de ce fabricant.

Partie A :

Le responsable du site « PNEUTOP » commande en début de mois 150 pneus hiver afin de reconstituer son stock.

On considère la variable aléatoire X qui à tout prélèvement de 150 pneus hiver chez le fabricant associe le nombre de pneus hiver n'ayant pas réussi le test qualité.

Le stock de la société « RADIALTOP » est assez important pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
2. Calculer la probabilité pour que, dans le lot reçu par le responsable du site, il y ait exactement cinq pneus hiver n'ayant pas réussi le contrôle qualité. Arrondir le résultat au millième.
3. Calculer la probabilité pour que le lot reçu par le responsable du site contienne au moins dix pneus hiver n'ayant pas réussi le contrôle qualité. Arrondir le résultat au millième.

Partie B :

Un client commande un pneu sur le site « PNEUTOP ».

On dispose de l'information supplémentaire suivante sur le stock de pneus du site :

25% des commandes concernent les pneus hiver.

On rappelle que :

- parmi les pneus hiver, 96% ont réussi les tests de qualité
- parmi les pneus 4 saisons, 97% ont réussi les tests de qualité.

On note :

- H l'évènement : « Le pneu commandé par le client est un pneu hiver » ;
- Q l'évènement : « Le pneu commandé par le client a réussi les tests de qualité ».

BTS COMPTABILITE ET GESTION		Session 2019
Épreuve de mathématiques	CGMAT	Page 2/5

1. a. Donner la valeur des probabilités $P(H)$, $P_H(Q)$.
b. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré de probabilité.
2. a. Calculer la probabilité de l'évènement $H \cap Q$.
b. Interpréter ce résultat par une phrase.
3. Montrer que $P(Q) = 0,9675$.
4. Sachant que le pneu choisi a réussi les tests de qualité, quelle est la probabilité que ce pneu soit un pneu hiver ? Arrondir le résultat au millième.

Partie C :

On admet que le nombre de pneus 4 saisons vendus par mois par le site « PNEUTOP » peut être modélisé par une variable aléatoire Y qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 450$ et d'écart type $\sigma = 15$.

1. a. Déterminer $P(435 \leq Y \leq 465)$. Arrondir le résultat au centième.
b. Interpréter le résultat par une phrase.
2. Le responsable du site veut connaître le nombre n de pneus 4 saisons qu'il doit avoir en stock en début de mois pour que la probabilité d'être en rupture de stock en cours de mois soit inférieure à 0,05.

Déterminer la plus petite valeur de n remplissant cette condition. Expliquer la démarche.

Toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte.

BTS COMPTABILITE ET GESTION		Session 2019
Épreuve de mathématiques	CGMAT	Page 3/5

Exercice 2 (6 points)

Les parties A et B sont indépendantes

La feuille de calcul ci-dessous donne les prix du m² des appartements dans le 19^{ème} arrondissement de Paris du 1^{er} trimestre 2016 au 1^{er} trimestre 2018.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		1 ^{er} trimestre 2016	2 ^{ème} trimestre 2016	3 ^{ème} trimestre 2016	4 ^{ème} trimestre 2016	1 ^{er} trimestre 2017	2 ^{ème} trimestre 2017	3 ^{ème} trimestre 2017	4 ^{ème} trimestre 2017	1 ^{er} trimestre 2018
2	Rang (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	Prix moyen du m ² en euros (y_i)	6280	6480	6860	6720	6790	6940	7050	7360	7350

Source : <http://www.notaires.paris-idf.fr/outil/immobilier/prix-et-nombre-de-ventes-paris-idf>

Chiffres de la chambre des notaires de Paris. Prix standardisés au m².

Appartements anciens, vendus libres, de gré à gré, en pleine propriété, à usage d'habitation.

Partie A :

- Calculer le taux d'évolution global du prix moyen du m² entre le 1^{er} trimestre 2016 et le 1^{er} trimestre 2018. Arrondir à 0,01%.
- Montrer que le taux moyen trimestriel d'évolution du prix du m² entre le 1^{er} trimestre 2016 et le premier trimestre 2018, arrondi à 0,01%, est égal à 1,99%.
- En supposant que le prix du m² augmente trimestriellement de 1,99%, quel devrait être le prix du m² arrondi à l'unité au troisième trimestre 2019 ?

Partie B :

Dans le tableau précédent, x_i désigne le rang du trimestre mesuré à partir de l'année 2016 et y_i le prix moyen du m² en euros correspondant.

- Déterminer une équation de la droite de régression de y en x de la série statistique (x_i, y_i) obtenue par la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients au dixième.
- On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite D d'équation $y = 125x + 6243$.
On admet que ce modèle reste valable jusqu'en 2020.
 - À combien peut-on estimer le prix du m² au troisième trimestre 2019 ?
 - À quel trimestre de quelle année, le prix du m² va-t-il dépasser 8272 € ?

Exercice 3 (5 points)

Un formulaire est donné en fin d'exercice.

Une entreprise fabrique des cafetières. Après avoir fait une étude, son directeur constate que si l'entreprise fabrique chaque mois x milliers de cafetières (où x est un nombre réel de l'intervalle $[0 ; 5]$), alors le bénéfice mensuel est donné, en centaine de milliers d'euros, par la fonction f définie par :

$$f(x) = (8x - 2)e^{-x}$$

1. On admet que la fonction f est dérivable sur $[0 ; 5]$ et on désigne par f' sa fonction dérivée.
 - a. Montrer que pour tout réel x de $[0 ; 5]$, $f'(x) = (-8x + 10)e^{-x}$.
 - b. Étudier le signe de $f'(x)$ pour tout réel x de $[0 ; 5]$ et dresser le tableau de variation de f sur $[0 ; 5]$.
2.
 - a. Quelle quantité de cafetières l'entreprise doit-elle fabriquer afin de réaliser un bénéfice maximal ?
 - b. Quelle est alors la valeur de ce bénéfice maximal ?
On donnera une valeur approchée du résultat à l'euro près.

Formulaire

Si u et v sont deux fonctions dérivables sur un intervalle, alors la fonction uv est dérivable sur cet intervalle, et on a

$$(uv)' = u'v + uv'$$

Si u est une fonction dérivable sur un intervalle, alors la fonction e^u est dérivable sur cet intervalle, et on a

$$(e^u)' = u'e^u.$$

BTS COMPTABILITE ET GESTION		Session 2019
Épreuve de mathématiques	CGMAT	Page 5/5