

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR COMPTABILITÉ ET GESTION

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES

SESSION 2024

Durée : 2 heures

Coefficient : 3

Matériel autorisé :

- L'usage de calculatrice, avec mode examen actif est autorisé.
- L'usage de calculatrice sans mémoire, « type collègue » est autorisé.

La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Le sujet se compose de 6 pages, numérotées de 1/6 à 6/6.

Le sujet comporte deux exercices indépendants avec une annexe en page 6/6, à rendre avec la copie.

Exercice 1 : (10 points)

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Une entreprise, spécialisée dans la fabrication de desserts fruités, souhaite créer deux nouvelles compotes inédites :

- l'une à la saveur banane/cannelle ;
- l'autre à la saveur poire/fève de tonka.

Pour ces deux préparations, elle achète les fruits (bananes et poires) auprès de deux grossistes : le premier s'appelle « au bon fruit ». A l'issue des achats, on observe les répartitions suivantes :

- 36% des fruits proviennent de chez « au bon fruit ».
- Parmi les fruits achetés chez le grossiste « au bon fruit », 30% sont des bananes.
- Un cinquième des fruits achetés chez le second grossiste sont des poires.

On choisit un fruit au hasard et on suppose que tous les fruits ont la même probabilité d'être choisis. On considère les événements suivants :

A : « Le fruit provient de chez au bon fruit » ;

B : « Le fruit est une banane ».

On note \bar{A} l'événement contraire de l'événement A .

1. Donner la valeur de $P_A(B)$.
2. Compléter l'arbre de probabilité donné en **annexe** page 6, à **rendre avec la copie**.
3. Calculer la probabilité que le fruit provienne de chez « au bon fruit » et soit une banane.
4. Justifier, en détaillant les calculs, que $P(B) = 0,62$.
5. Sachant que le fruit est une banane, quelle est la probabilité qu'elle provienne de chez « au bon fruit » ? Arrondir le résultat à 0,0001 près.

Partie B

Dans le cadre d'un contrôle qualité, 1000 pots sont prélevés au hasard dans la production de compote banane/cannelle et poire/fève de tonka. Ce tirage est assimilé à un tirage avec remise car le nombre de pots de compote est très grand.

On suppose que la probabilité que la saveur du pot soit poire/fève de tonka est de 0,38.

Soit X la variable aléatoire qui, dans le lot de 1000 pots, associe le nombre de pots saveur poire/fève de tonka.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
2. Calculer la probabilité d'obtenir dans le lot exactement 350 pots saveur poire/fève de tonka. Arrondir la probabilité à 0,0001 près.
3. **a.** Calculer $P(X \leq 400)$. Arrondir la probabilité à 0,0001 près.
b. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie C

L'entreprise s'intéresse au remplissage de ses pots de compote.

On note Y la variable aléatoire qui, à chaque pot prélevé dans la production, associe la quantité de compote qu'il contient, exprimée en gramme.

On admet que Y suit la loi normale d'espérance $\mu = 90$ et d'écart-type $\sigma = 2$.

1. Interpréter dans le contexte de l'exercice la valeur de l'espérance.
2. Calculer la probabilité que le pot contienne 87g de compote ou moins. Arrondir la probabilité à 0,0001 près.
3. On estime qu'un pot de compote est conforme lorsque la quantité qu'il contient est comprise entre 85g et 95g.
 - a.** Calculer la probabilité que le pot soit non conforme. Arrondir la probabilité à 0,0001 près.
 - b.** L'entreprise a produit 550 000 pots. On estime que 1,2% des pots ne sont pas conformes. A combien de pots non conformes correspond cette estimation ?
 - c.** L'entreprise décide de faire don des pots qui ne sont pas conformes à une organisation caritative. Sachant qu'un pot est normalement vendu 0,30€, estimer le montant du don.

Exercice 2 : (10 points)

Partie A

Une entreprise d'évènementiel vient de créer une application destinée aux particuliers. Le 1^{er} septembre 2022, elle envoie une invitation à télécharger l'application à tout son réseau. Chaque mois, elle note le nombre de personnes ayant téléchargé l'application. Les cinq premiers mois sont répertoriés dans le tableau ci-dessous. Le rang 0 correspond au mois de septembre 2022.

Mois	Sept. 2022	Oct. 2022	Nov. 2022	Déc.2022	Janv. 2023
Rang du mois (x_i)	0	1	2	3	4
Nombre de téléchargements (y_i)	122	155	180	207	250

La calculatrice est nécessaire pour la plupart des calculs demandés.

1. Déterminer un ajustement affine de y en fonction de x selon la méthode des moindres carrés. On donnera les valeurs exactes des coefficients de l'équation de la droite.
2. Dans cette question, on suppose que la droite d'ajustement est donnée par l'équation $y = 31x + 121$.

Selon ce modèle :

- a. Calculer le nombre de téléchargements en mars 2023.
- b. Déterminer pour quel mois le nombre de téléchargements mensuels sera de 400.

Partie B :

En réalité, le nombre de téléchargements effectués jusqu'à la fin du mois de rang 8 est donné dans la feuille de calcul ci-dessous.

La ligne 3 est au format pourcentage (arrondi au dixième).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Rang du mois (x_i)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2	Nombre de téléchargements (y_i)	122	155	180	207	250	313	398	521	663
3	Taux d'évolution mensuel			16,1%	15,0%	20,8%	25,2%	27,2%	30,9%	27,3%

- Donner une formule qui, saisie dans la cellule C3, permet d'obtenir par recopie vers la droite les différents taux d'évolution mensuels.
 - Quelle est la valeur de la cellule C3 ? Arrondir à 0,1% près.
- Justifier que le taux d'évolution global du nombre de téléchargements entre le mois de rang 4 et le mois de rang 8 est d'environ 165%.
- En déduire le taux d'évolution mensuel moyen du nombre de téléchargements entre le mois de rang 4 et le mois de rang 8. Arrondir à 0,1% près.

Partie C :

Pour estimer le nombre de téléchargements à partir du mois de mai 2023, on fait l'hypothèse d'un taux d'évolution mensuel constant de 30%.

On note u_n le nombre de téléchargements mensuels estimé au cours du n -ième mois après le mois de mai 2023.

Le nombre de téléchargements au mois de mai 2023 est $u_0 = 663$.

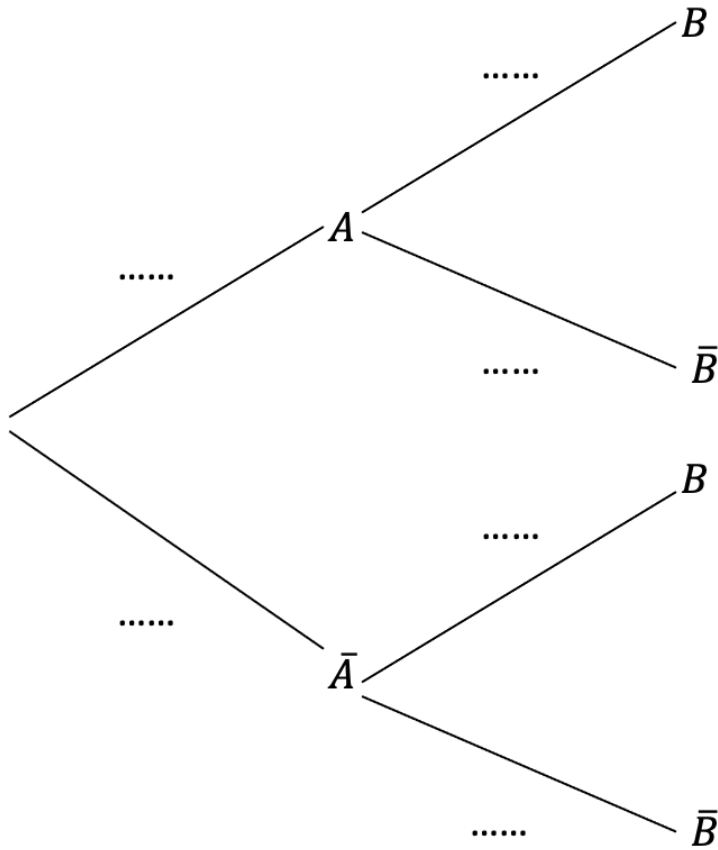
- Calculer u_1 en arrondissant à l'unité.
- Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier la réponse et préciser la raison.
- Exprimer u_n en fonction de l'entier naturel n .
- Selon ce modèle, combien de téléchargements l'entreprise peut-elle espérer en mai 2024 ? Arrondir le résultat à l'unité.
- L'entreprise prévoit de participer à un challenge de l'innovation numérique qui récompense les applications dès que le nombre de téléchargements dépasse les 100 000 téléchargements mensuels.

Sur l'**annexe** page 6, à **rendre avec la copie**, compléter les deux lignes non renseignées dans l'algorithme pour qu'après exécution, la variable N contienne le nombre de mois après mai 2023 à partir duquel l'entreprise pourra candidater au challenge, selon ce modèle.

- Déterminer le nombre de mois après mai 2023 à partir duquel l'entreprise pourra candidater au challenge, selon ce modèle.

ANNEXE (à remettre avec la copie)

Exercice 1 – Question A.2.



Exercice 2 – Question C.5.

```
N ← 0
U ← 663
Tant que .....
    N ← .....
    U ← 1,3 * U
Fin Tant que
Afficher N
```

