

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR
COMPTABILITÉ ET GESTION

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES

SESSION 2024

Durée : 2 heures

Coefficient : 3

Matériel autorisé :

- L'usage de calculatrice, avec mode examen actif est autorisé.
- L'usage de calculatrice sans mémoire, « type collègue » est autorisé.

La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Le sujet se compose de 5 pages, numérotées de 1/5 à 5/5.

Le sujet comporte deux exercices indépendants avec une annexe en page 5/5, à rendre avec la copie.

BTS COMPTABILITÉ ET GESTION		Session 2024
Épreuve de Mathématiques appliquées	24CGMAT	Page 1/5

Exercice 1 : (10 points)

Une usine spécialisée dans la fabrication d'une pièce mécanique pour automobile utilise, dans sa chaîne de production, trois machines qu'on notera M_1 , M_2 et M_3 .

Partie A

Une étude statistique a montré que :

- la machine M_1 produit 41% des pièces dont 2,5 % sont défectueuses,
- la machine M_2 produit 30% des pièces dont 1,9% sont défectueuses,
- la machine M_3 produit le reste des pièces dont 1,5% sont défectueuses.

On choisit au hasard une pièce dans cette chaîne de production et on suppose que toutes les pièces ont la même probabilité d'être choisies.

On note les événements :

- M_1 : « La pièce choisie est produite par la machine M_1 ».
- M_2 : « La pièce choisie est produite par la machine M_2 ».
- M_3 : « La pièce choisie est produite par la machine M_3 ».
- D : « La pièce choisie est défectueuse ».

On notera \bar{D} l'événement contraire de l'événement D .

1. Déterminer $P_{M_1}(D)$.
2. Compléter l'arbre de probabilités fourni en **annexe** page 5, **à rendre avec la copie**.
3. **a.** Définir par une phrase l'événement $M_1 \cap D$.
b. Calculer la valeur exacte de sa probabilité.
4. **a.** Justifier, en détaillant les calculs, que $P(D) = 0,0203$.
b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
5. La pièce choisie au hasard est défectueuse, déterminer la probabilité qu'elle soit produite par la machine M_3 . Arrondir le résultat à 0,001 près.

Partie B

On suppose dans cette partie que $P(D) = 0,02$.

On prélève au hasard 600 pièces. On suppose que le stock est assez important pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise. On note X la variable aléatoire qui, à chaque prélèvement, associe le nombre de pièces défectueuses.

Les résultats seront arrondis à 0,001 près.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. **a.** Calculer $P(X = 12)$.
b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

3. Calculer la probabilité de l'événement « cinq pièces ou moins sont défectueuses ».
4. a. Calculer $P(X \geq 6)$.
b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie C

Dans cette partie, on s'intéresse au diamètre des pièces qui sont de format cylindrique. On prélève au hasard une pièce dans le stock.

On suppose que la variable aléatoire Y qui associe à chaque pièce son diamètre (en centimètre), suit la loi normale de paramètres $\mu = 5$ et $\sigma = 0,04$.

Les résultats seront arrondis à 0,01 près.

1. a. Déterminer $P(4,92 \leq Y \leq 5,08)$.
b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. Calculer la probabilité que le diamètre de cette pièce soit au minimum de 4,96 centimètres.

Exercice 2 : (10 points)

Les différentes parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

Le tableau suivant donne le bénéfice (en milliers d'euros) réalisé par une entreprise spécialisée dans la vente à distance.

Année	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6
Bénéfice en milliers d'euros : y_i	9,9	11,3	12,5	13,4	14,4	15,4

La calculatrice est nécessaire pour la plupart des calculs demandés.

1. Déterminer un ajustement affine de y en fonction de x selon la méthode des moindres carrés. Les coefficients de l'équation de la droite seront arrondis à 0,01 près.
2. Dans cette question, on décide d'ajuster le nuage de points $(x_i; y_i)$ par la droite d'équation : $y = 1,1x + 9$.

Selon ce modèle :

- a. Déterminer une estimation, en milliers d'euros, du bénéfice en 2025.
- b. Déterminer l'année à partir de laquelle le bénéfice dépassera 22 000 euros pour la première fois. Justifier la réponse.

Partie B

Le tableau suivant est un extrait d'une feuille de calcul qui donne l'évolution annuelle (d'une année par rapport à la précédente) du nombre de produits vendus entre 2017 et 2022.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	2017	2018	2019	2020	2021	2022
2	Nombre de produits vendus	620	700	810	928	1092	1289
3	Evolution annuelle en %		12,9%	15,7%	14,6%		18,0%

1. La plage des cellules C3 à G3 est au format pourcentage, arrondie à 0,1% près.
 - a. Donner une formule qui, saisie dans la cellule C3, permet d'obtenir par recopie vers la droite les taux annuels successifs de la ligne 3.
 - b. Calculer la valeur de la cellule F3, arrondie à 0,1% près.
2.
 - a. Calculer le taux d'évolution global entre 2017 et 2022, arrondi à 1%.
 - b. Calculer le taux d'évolution annuel moyen entre 2017 et 2022, arrondi à 0,1%.

Partie C

On suppose dans cette partie, qu'à partir de l'année 2022, le nombre de produits vendus augmente chaque année de 16%.

On décide de modéliser ce nombre par une suite (u_n) où u_n désigne le nombre de produits vendus l'année $(2022 + n)$. Ainsi $u_0 = 1289$.

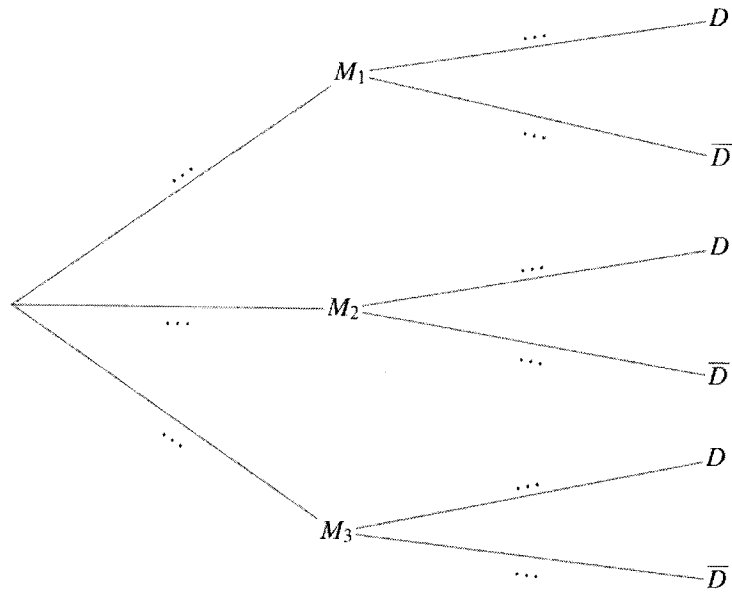
1. Calculer la valeur arrondie à l'unité de u_1 et u_2 .
2. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
3. Donner le terme général u_n en fonction de n .

L'entreprise prévoit d'investir dans une nouvelle plateforme numérique de vente à distance dès que le nombre de produits vendus dépassera les 3000.

4.
 - a. Compléter les différentes lignes non renseignées dans l'algorithme en **annexe** page 5, pour qu'après exécution, la variable N contienne l'année à partir de laquelle, le nombre de produits vendus dépassera pour la première fois les 3000 produits selon ce modèle.
 - b. Déterminer l'année à partir de laquelle, selon ce modèle, le nombre de produits vendus dépassera pour la première fois les 3000 produits.

Annexe à remettre avec la copie

Exercice 1 : Partie A



Exercice 2 : Partie C

$N \leftarrow 0$
$U \leftarrow \dots\dots\dots$
Tant que $\dots\dots\dots$
$N \leftarrow \dots\dots$
$U \leftarrow \dots\dots * U$
Fin Tant que
$N \leftarrow 2022 + N$

