

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

SERVICES INFORMATIQUES

AUX ORGANISATIONS

SESSION 2016

SUJET

ÉPREUVE E2 – MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE

Sous-épreuve E21 – Mathématiques
Épreuve obligatoire

Durée : 2 heures

coefficient : 2

Calculatrice autorisée, conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 :

« Toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique, à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante, sont autorisées.

Les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices sont interdits ».

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Il comprend 5 pages numérotées de la page 1 à la page 5.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2016	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE	SUJET	
	Coefficient : 2	Page 1/5
16SIE2MATNC1	Durée : 2 heures	

Exercice 1 (9 points)

Pour s'inscrire en BTS SIO, les étudiants doivent passer par la chaîne d'inscription mise en place dans leur établissement d'accueil. Cette chaîne d'inscription est composée de cinq postes :

- *photo* (P) : réalisation d'une photo d'identité numérique de l'étudiant ;
- *service médical* (M) : entretien avec l'infirmière de l'établissement (vaccinations et adaptation de la scolarité) ;
- *transport* (T) : mise à disposition des formulaires et justificatifs destinés aux sociétés de transports en commun ;
- *administration* (A) : constitution du dossier administratif ;
- *scolarité* (S) : constitution du dossier scolaire et choix des options.

Un étudiant qui s'inscrit doit passer par ces différents postes en respectant les contraintes suivantes :

- après le poste *photo*, l'étudiant peut se rendre au *service médical*, au *transport* ou à l'*administration* ;
- après le *service médical*, l'étudiant peut se rendre au *transport* ou à l'*administration* ;
- après le *transport*, l'étudiant peut se rendre au *service médical* ou à l'*administration* ;
- après l'*administration*, l'étudiant peut se rendre à la *scolarité*.

On définit le graphe orienté correspondant à cette situation. Les sommets associés aux différents postes de la chaîne sont nommés P, M, T, A, S dans cet ordre.

On donne la matrice d'adjacence B de ce graphe :

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

1. Donner la représentation géométrique de ce graphe.
2. Dans le contexte de l'exercice, que signifient :
 - a) les zéros de la première colonne ?
 - b) les zéros de la dernière ligne ?
3.
 - a) Citer un chemin hamiltonien de ce graphe.
 - b) Comment peut-on interpréter l'existence d'un tel chemin dans le contexte de l'exercice ?
4.
 - a) Recopier et compléter les coefficients de la matrice B^3 :

$$B^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

- b) Interpréter le coefficient de la première ligne et quatrième colonne de la matrice B^3 , dans le contexte de l'exercice.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2016	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE	SUJET	
	Coefficient : 2	Page 2/5
16SIE2MATNC1	Durée : 2 heures	

5. On définit la matrice :

$$\hat{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Vérifier, par une méthode au choix, que \hat{B} est la matrice d'adjacence de la fermeture transitive du graphe associé à la matrice B .
- Interpréter, dans le contexte de l'exercice, le coefficient de la deuxième ligne et cinquième colonne de la matrice \hat{B} .

Exercice 2 (5 points)

Dans le cadre d'une campagne publicitaire, une agence de publicité a décidé d'augmenter régulièrement le nombre de spots publicitaires diffusés, et ce pendant une période de 30 jours. Le premier jour de la campagne, 15 spots sont diffusés. Chacun des jours suivants, on diffuse 7 spots de plus que la veille.

On note u_n le nombre de spots publicitaires diffusés le n -ième jour de la campagne. Ainsi $u_1 = 15$.

- Déterminer la nature de la suite (u_n) . Justifier et préciser le terme initial et la raison.
- Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, exprimer u_n en fonction de n .
- Combien de spots ont-ils été diffusés le 30^e jour de la campagne ?
- Combien de spots au total ont-ils été diffusés à la fin du 30^e jour de la campagne ?

Formulaire :

Si (u_n) est une suite arithmétique : $u_1 + \dots + u_n = n \times \left(\frac{u_1 + u_n}{2} \right)$.

Si (u_n) est une suite géométrique de raison q ($q \neq 1$) : $u_1 + \dots + u_n = u_1 \times \left(\frac{1 - q^n}{1 - q} \right)$.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2016	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE	SUJET	
	Coefficient : 2	Page 3/5
16SIE2MATNC1	Durée : 2 heures	

Exercice 3 (6 points)

L'acheminement des messages sur un réseau informatique s'appuie sur des adresses IP (*Internet Protocol*). Une adresse IP est un numéro d'identification attribué, de manière provisoire ou définitive, à chaque équipement connecté à un réseau informatique.

Deux formats sont disponibles pour représenter une adresse IP. Le plus utilisé aujourd'hui est le format IP version 4 (IP V4). Mais le nombre d'adresses IP disponibles en version 4 tendant à s'épuiser, les adresses IP peuvent désormais être définies au format IP version 6 (IP V6).

Format d'une adresse IP V4

Une adresse IP V4 est codée sur 4 octets. Elle est représentée par 4 nombres séparés par des points, chacun de ces nombres étant en notation décimale.

Exemple : 192.168.1.231

Format d'une adresse IP V6

Une adresse IP V6 est codée sur 16 octets. Elle est représentée par 8 groupes de 4 chiffres hexadécimaux séparés par le symbole « deux points » (« : »).

Exemple : 8000:0000:0000:0000:0123:4567:89AB:CDEF

Représentation d'une adresse IP V4 au format IP V6

Il peut s'avérer nécessaire de coder une adresse IP V4 au format IP V6.

Dans ce cas, on convient, que :

- les dix octets situés à gauche contiennent des 0 ;
- les deux octets suivants contiennent chacun la valeur FF en hexadécimal ;
- les quatre octets situés à droite contiennent l'adresse IP V4 selon deux formats possibles :
 - le format IP V6-A : 4 nombres décimaux séparés par des points ;
 - le format IP V6-B : deux groupes de 4 chiffres hexadécimaux.

Exemple

L'adresse IP V4 : 192.168.1.231 s'écrit de la manière suivante :

au format IP V6-A :	0000:0000:0000:0000:0000:FFFF:192.168.1.231
au format IP V6-B :	0000:0000:0000:0000:0000:FFFF:C0A8:01E7

Partie A - Format des adresses IP

1. Chacun des quatre nombres composant une adresse IP V4 est représenté sur un octet.
Rappeler combien d'entiers différents on peut représenter sur un octet.
2. Justifier que l'écriture décimale 192.168.1.231 correspond bien à C0A8:01E7 en hexadécimal.
3. Déterminer l'adresse IP V4 correspondant à l'adresse IP V6-B suivante :

0000:0000:0000:0000:0000:FFFF:C000:0783.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2016	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE	SUJET	
	Coefficient : 2	Page 4/5
16SIE2MATNC1	Durée : 2 heures	

Partie B - Relations binaires

Dans cette partie, on suppose que les adresses IP V4 ne peuvent être codées qu'au format IP V6-B.

On considère les ensembles suivants :

- E_{V4} est l'ensemble de toutes les adresses IP pouvant être codées dans le format V4 ;
- E_{V6} est l'ensemble de toutes les adresses IP pouvant être codées dans le format V6 ;
- E_{V4-V6} est l'ensemble de toutes les adresses IP V4 écrites dans le format V6.

On définit les applications f et g par les conditions suivantes :

- f est l'application de E_{V4} dans E_{V6} qui, à toute adresse IP V4, associe son adresse correspondante dans le format V6 ;
- g est l'application de E_{V4} dans E_{V4-V6} qui, à toute adresse IP V4, associe son adresse correspondante dans le format V6.

1. L'application f est-elle surjective ? Justifier.
2. L'application g est-elle bijective ? Justifier.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2016	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE	SUJET	
16SIE2MATNC1	Coefficient : 2	Page 5/5
	Durée : 2 heures	