

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS

SESSION 2018

SUJET

ÉPREUVE E2 – MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE

Sous-épreuve E21 – Mathématiques

Épreuve obligatoire

Durée : 2 heures

coefficient : 2

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Il comprend 4 pages numérotées de la page 1/4 à 4/4.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE	SUJET	
	Coefficient : 2	Page 1/4
18SIE2MATME1	Durée : 2 heures	

Exercice 1 (5 points)

Sur une plateforme de vidéos en ligne, les vidéos sont notées de 0 à 5 par les utilisateurs. Après une période d'observation, les administrateurs de la plateforme décident de mettre une vidéo sur la page d'accueil lorsqu'elle satisfait à l'un au moins des critères suivants :

- la vidéo a obtenu la note 5 et comptabilise un nombre de vues supérieur ou égal à 200 ;
- la vidéo a obtenu la note 5 et elle est récente ;
- la vidéo comptabilise un nombre de vues strictement inférieur à 200 et elle est récente ;
- la vidéo n'a pas obtenu la note 5 et comptabilise un nombre de vues supérieur ou égal à 200.

On définit les trois variables booléennes a, b, c de la façon suivante :

- $a=1$ si la vidéo a obtenu la note 5, $a=0$ sinon ;
- $b=1$ si la vidéo comptabilise un nombre de vues supérieur ou égal à 200, $b=0$ sinon ;
- $c=1$ si la vidéo est récente, $c=0$ sinon.

1. L'administrateur de la plateforme a traduit les conditions pour qu'une vidéo soit mise sur la page d'accueil par l'expression booléenne $E = ab + ac + \bar{b}c + \bar{a}b$.
Justifier chacun des termes de cette somme.
2. a) Représenter l'expression E dans un diagramme de Karnaugh.
b) En déduire une expression simplifiée de E sous la forme d'une somme de deux termes.
c) Interpréter cette expression simplifiée de E dans le contexte de l'exercice.
3. Une vidéo qui n'est pas récente, qui n'a pas obtenu la note 5 et qui comptabilise un nombre de vues strictement inférieur à 200 sera-t-elle mise sur la page d'accueil ?
4. Donner une expression de \bar{E} à l'aide des variables booléennes précédemment définies.
En déduire une définition des vidéos qui ne seront pas mises sur la page d'accueil.

Exercice 2 (10 points)

Partie A

Quatre sites internet traitent les changements climatiques et leurs conséquences sur la planète. On considère une page web sur chacun de ces sites, et on note ces quatre pages A, B, C et D. Les liens hypertextes respectifs entre ces quatre pages sont tous récapitulés dans l'énumération suivante :

- A reçoit un unique lien de B et un unique lien de C ;
- B reçoit un unique lien de D ;
- C reçoit un unique lien de B, un unique lien de D et un unique lien de A ;
- D reçoit un unique lien de A.

1. Représenter l'ensemble de ces liens par un graphe orienté G de sommets A, B, C, D, dans lequel, si une page Y reçoit un lien d'une page X, on représente un arc du sommet X vers le sommet Y.
2. a) Donner la matrice d'adjacence M du graphe G .
b) Interpréter les valeurs des termes situés sur la diagonale de la matrice M .

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE	SUJET	
	Coefficient : 2	Page 2/4
18SIE2MATME1	Durée : 2 heures	

3. a) Calculer la matrice M^4 .
 b) Le graphe contient-il des circuits ? Justifier la réponse.
 c) Interpréter le terme de la 1^{re} ligne et 3^e colonne de la matrice M^4 en termes de chemins, puis donner la liste de ces chemins.
4. Calculer \hat{M} , la matrice de la fermeture transitive du graphe G .
 Interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

Partie B

Un étudiant du BTS SIO a mis en place un moteur de recherche avec lequel les pages affichées sont ordonnées par pertinence, selon le nombre de liens hypertextes pointant vers chaque page. Cette partie étudie un exemple simplifié, en limitant ce moteur de recherche aux quatre pages web A, B, C et D définies dans la partie A, et en considérant le graphe associé G . La méthode mise en place par l'étudiant consiste à associer un score à chaque sommet du graphe. Les scores a, b, c, d de chacun des sommets A, B, C, D, sont calculés à partir des instructions suivantes :

- on liste les prédécesseurs du sommet considéré dans le graphe G ;
- on divise le score de chaque prédécesseur par le nombre de ses successeurs ;
- le score d'un sommet est obtenu en ajoutant les quotients obtenus.

Exemple : le sommet A possède deux prédécesseurs B et C ; B a 2 successeurs et C a 1 successeur.

D'où $a = \frac{b}{2} + \frac{c}{1}$.

1. Justifier l'égalité : $c = \frac{a}{2} + \frac{b}{2} + \frac{d}{2}$.
2. En établissant les quatre égalités vérifiées par les scores a, b, c, d , on obtient un système de quatre équations linéaires aux inconnues a, b, c, d . Ce système ayant une infinité de solutions, toutes proportionnelles entre elles, on pose $a = 1$ et on admet que la résolution se ramène à celle du système :

$$(S) \begin{cases} 0,5b + c = 1 \\ b - 0,5d = 0 \\ 0,5b - c + 0,5d = -0,5 \end{cases}$$

On définit les matrices $X = \begin{pmatrix} b \\ c \\ d \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0,5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -0,5 \\ 0,5 & -1 & 0,5 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 & 0,5 \\ 0,75 & -0,25 & -0,25 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) Exprimer le système (S) sous la forme $A \times X = Y$, où Y est une matrice à préciser.
 b) Calculer le produit $B \times A$.
 c) En déduire que $X = B \times Y$, puis donner la solution du système (S).
3. Donner, en justifiant, le classement des pages web A, B, C et D selon la méthode mise en place.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE	SUJET	
	Coefficient : 2	Page 3/4
18SIE2MATME1	Durée : 2 heures	

Exercice 3 (5 points)

Les publications en série, comme les journaux et les périodiques, sont toutes identifiées par un numéro ISSN (*International Standard Serial Number*). En France, ce numéro est attribué par le Centre national d'enregistrement des publications en série.

L'ISSN comporte huit caractères répartis en deux groupes de quatre, ces groupes étant séparés par un tiret. Le tableau ci-après donne les numéros ISSN de quelques journaux ou périodiques français.

Journal ou périodique	Numéro ISSN
Le Monde	1950-6244
Le Figaro	1241-1248
Le Nouvel Observateur	0029-4713
Les Échos	0153-4831
Libération	0335-1793
Le Canard Enchaîné	0008-5405
Courrier International	1154-516X

Les sept premiers caractères d'un numéro ISSN sont des chiffres qui caractérisent la publication. Le dernier caractère, situé en huitième position, sert de clé de contrôle et est pris dans l'ensemble $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, X\}$ où les chiffres de 0 à 9 représentent le nombre correspondant et le caractère X représente le nombre 10.

Pour déterminer la clé de contrôle d'un numéro ISSN dont les sept premiers chiffres correspondent aux nombres a, b, c, d, e, f, g :

- on calcule le nombre $N = 8a + 7b + 6c + 5d + 4e + 3f + 2g$;
- on détermine le reste r de $-N$ dans la division euclidienne par 11 ;
- la clé de contrôle est le caractère de l'ensemble E correspondant au nombre r .

Par exemple, pour *Le Monde*, on a $N = 8 \times 1 + 7 \times 9 + 6 \times 5 + 5 \times 0 + 4 \times 6 + 3 \times 2 + 2 \times 4 = 139$.

D'où $-N \equiv -139 \equiv 4 \pmod{11}$. La clé de contrôle est donc bien égale à 4.

1. En détaillant les étapes, retrouver la clé de contrôle du périodique *Courrier International*.
2. On considère l'application $f : F \rightarrow E$ où F est l'ensemble des 7 numéros ISSN du tableau ci-dessus. L'application f associe à tout élément de numéro ISSN sa clé de contrôle.
 - a) L'application f est-elle injective ? Justifier.
 - b) L'application f est-elle surjective ? Justifier.
3. Le deuxième caractère du numéro ISSN d'un journal est illisible. Si l'on note n ce caractère, le numéro ISSN est $3n08-2138$.
 - a) Montrer que $81 + 7n \equiv 3 \pmod{11}$.
 - b) En déduire la valeur de n .

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE	SUJET	
	Coefficient : 2	Page 4/4
18SIE2MATME1	Durée : 2 heures	