

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS

SESSION 2018

SUJET

ÉPREUVE E2 – MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE

Sous-épreuve E21 – Mathématiques

Épreuve obligatoire

Durée : 2 heures

coefficient : 2

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Il comprend 5 pages numérotées de la page 1/5 à la page 5/5.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE	SUJET	
18SIE2MATNC1	Coefficient : 2	Page 1/5
	Durée : 2 heures	

Exercice 1 (5 points)

Une société de création de jeux vidéo souhaite développer un nouveau jeu composé d'un certain nombre d'étapes de construction, de cycles de déplacement et de scènes cinématiques. Chacune nécessite un temps d'infographie, de programmation et de réalisation musicale.

Le tableau suivant donne la durée, en heure, de chaque traitement :

	Étapes de construction	Cycles de déplacement	Scènes cinématiques
Infographie	100	70	50
Programmation	200	60	80
Réalisation musicale	30	6	20

1. Un projet comporte 8 étapes de construction, 17 cycles de déplacement et 2 scènes cinématiques.

On considère les matrices suivantes : $M = \begin{pmatrix} 100 & 70 & 50 \\ 200 & 60 & 80 \\ 30 & 6 & 20 \end{pmatrix}$ et $A = \begin{pmatrix} 8 \\ 17 \\ 2 \end{pmatrix}$.

- Calculer le produit matriciel $M \times A$
- Interpréter les lignes de ce produit matriciel.

2. Le projet retenu nécessite 2100 heures d'infographie, 2940 heures de programmation et 420 heures de réalisation musicale.

Soit a , b et c les nombres respectifs d'étapes de construction, de cycles de déplacement et de scènes cinématiques. La suite détaille une méthode pour déterminer ces trois nombres.

On considère les matrices $B = \begin{pmatrix} 2100 \\ 2940 \\ 420 \end{pmatrix}$ et $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$.

a) Traduire les contraintes de réalisation du projet par une égalité matricielle.

b) On considère la matrice : $T = \frac{1}{7000} \begin{pmatrix} -72 & 110 & -260 \\ 160 & -50 & -200 \\ 60 & -150 & 800 \end{pmatrix}$.

Calculer le produit matriciel $T \times M$.

- Montrer que l'égalité matricielle $M \times X = B$ implique l'égalité matricielle $X = T \times B$.
- En déduire les nombres d'étapes de construction, de cycles de déplacement et de scènes cinématiques pour le jeu.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE	SUJET	
18SIE2MATNC1	Coefficient : 2	Page 2/5
	Durée : 2 heures	

Exercice 2 (7 points)

Partie A

Une entreprise décide de produire un jeu vidéo. À cette fin, elle doit recruter du personnel. Un candidat, femme ou homme, est recruté lorsqu'il remplit l'une au moins des conditions suivantes :

- il possède un BTS, maîtrise l'infographie 3D et possède des compétences en scénographie ;
- il ne possède pas de BTS et maîtrise l'infographie 3D ;
- il ne maîtrise pas l'infographie 3D et possède des compétences en scénographie.

On définit les variables booléennes a, b, c suivantes :

- $a = 1$ si le candidat possède un BTS, $a = 0$ sinon ;
- $b = 1$ si le candidat maîtrise l'infographie 3D, $b = 0$ sinon ;
- $c = 1$ si le candidat possède des compétences en scénographie, $c = 0$ sinon.

1. Écrire une expression booléenne E traduisant les critères du recrutement.
2. Représenter l'expression booléenne E par un tableau de Karnaugh.
3. Simplifier E sous la forme d'une somme de deux expressions.
4. En déduire une version simplifiée des critères du recrutement.

Partie B

Le jeu étant commercialisé en ligne, l'entreprise doit prévoir un espace de stockage des données personnelles des acheteurs.

La direction commerciale estime que 1600 jeux seront achetés le premier mois.

Les études statistiques réalisées sur les autres jeux commercialisés ont montré que le nombre d'achats augmente de 25 % par mois.

1. Quel est, selon ce modèle d'augmentation, le nombre prévisible d'achats le deuxième mois ?
2. Est-il vrai que, selon ce modèle, le nombre d'achats aura doublé le cinquième mois ?
3. Le nombre d'achats du jeu est modélisé par une suite (u_n) où, pour tout entier n non nul, le terme u_n représente le nombre d'achats lors du n -ième mois. Ainsi $u_1 = 1600$.
 - a) Justifier que (u_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison.
 - b) Pour tout entier n non nul, exprimer u_n en fonction de n .
 - c) Calculer le nombre total cumulé d'achats pour la première année, en arrondissant ce nombre à la dizaine.
4. Les serveurs de l'entreprise peuvent stocker les données relatives à un total cumulé de 300 000 achats en ligne.

Quel est le rang n du mois où les serveurs de l'entreprise seront saturés ?

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE	SUJET	
18SIE2MATNC1	Coefficient : 2	Page 3/5
	Durée : 2 heures	

Exercice 3 (8 points)

Le but de cet exercice est d'envisager le codage ASCII de fichiers texte, et leur cryptage en utilisant des congruences modulo 128.

Partie A : codage ASCII des lettres de l'alphabet standard

On veut coder le mot « HELLO » et enregistrer son codage ASCII en système binaire sur un fichier, chaque lettre tenant sur 8 bits, celui écrit à gauche étant un 0. On utilise le code ASCII dont l'extrait de la table de correspondance figure en annexe page 5/5.

1. À l'aide de cette table de correspondance, donner le code ASCII en système décimal, puis en système binaire (sur 8 bits) de la lettre L.
2. En déduire son code ASCII en système hexadécimal.

Partie B : cryptage

On souhaite crypter les fichiers et utiliser pour cela une clé de cryptage notée a . Soit x le code ASCII en système décimal d'un caractère et y le code ASCII en système décimal du caractère crypté. Ainsi y est l'entier compris entre 0 et 127 défini par la relation $y \equiv ax \pmod{128}$.

1. Dans cette question, on pose $a = 25$.
 - a) Vérifier que $25 \times 69 \equiv 61 \pmod{128}$. En déduire le code ASCII du cryptage de la lettre E, d'abord en système binaire (sur 8 bits), puis en système hexadécimal.
 - b) Déterminer en système hexadécimal le code ASCII du cryptage de la lettre L.
 - c) Crypter le mot « HELLO » en système hexadécimal, sachant que la lettre O est cryptée, en système hexadécimal, par 37 et la lettre H par 08.
2. Dans cette question, on pose $a = 96$.
 - a) Déterminer les codes ASCII en système décimal cryptant les lettres H et L.
 - b) La fonction de l'ensemble $\{0; 1; \dots; 127\}$ dans lui-même qui, à x associe y , est-elle injective ? Que peut-on en conclure ?

Partie C : quelques propriétés arithmétiques de l'entier 128

1. Décomposer 128 en un produit de facteurs premiers.
2. Établir la liste des diviseurs positifs de 128.
3.
 - a) Les entiers 128 et 96 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.
 - b) Les entiers 128 et 25 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.

Remarque : le résultat de la question 3a) explique celui de la question B.2.b).

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE	SUJET	
18SIE2MATNC1	Coefficient : 2	Page 4/5
	Durée : 2 heures	

Annexe

Extrait de la table de correspondance entre code ASCII et lettres majuscules

Caractère	Code ASCII	
	Décimal	Binaire
A	65	0100 0001
B	66	0100 0010
C	67	0100 0011
D	68	0100 0100
E	69	0100 0101
F	70	0100 0110
G	71	0100 0111
H	72	0100 1000
I	73	0100 1001
J	74	0100 1010
K	75	0100 1011
L	76	0100 1100
M	77	0100 1101
N	78	0100 1110
O	79	0100 1111
P	80	0101 0000
Q	81	0101 0001
R	82	0101 0010
S	83	0101 0011
T	84	0101 0100
U	85	0101 0101
V	86	0101 0110
W	87	0101 0111
X	88	0101 1000
Y	89	0101 1001
Z	90	0101 1010

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE	SUJET	
18SIE2MATNC1	Coefficient : 2	Page 5/5
	Durée : 2 heures	