

# BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS

**SESSION 2018**

**SUJET**

**ÉPREUVE EF2 – MATHÉMATIQUES APPROFONDIES**

Sous-épreuve UF2 - facultative

Seuls les points supérieurs à 10 sont pris en compte.

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Il comprend 4 pages numérotées de la page 1/4 à 4/4.

Une feuille de papier millimétré est à fournir avec le sujet.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES APPROFONDIES	SUJET	
18SIEF2MANC1	Durée : 2 heures	Page 1/4

## Exercice 1 (10 points)

L'exercice est relatif à une entreprise qui assemble des ordinateurs et qui, de ce fait, possède un stock important de barrettes mémoire.

Les parties A et B sont indépendantes.

Les résultats seront arrondis au millième, sauf indication contraire.

### Partie A

Les barrettes mémoire proviennent de trois fournisseurs A, B, C.

60 % d'entre elles proviennent du fournisseur A, 20 % du fournisseur B et 20 % du fournisseur C.

Certaines barrettes mémoire présentent un défaut ; une étude statistique a révélé que ce défaut est présent dans 1 % des barrettes mémoire provenant du fournisseur A, dans 1,5 % de celles provenant du fournisseur B et dans 2 % de celles provenant du fournisseur C.

On prélève au hasard une barrette mémoire dans le stock. On considère les événements suivants :

A : « la barrette mémoire prélevée provient du fournisseur A » ;

B : « la barrette mémoire prélevée provient du fournisseur B » ;

C : « la barrette mémoire prélevée provient du fournisseur C » ;

D : « la barrette mémoire prélevée présente un défaut »,  $\bar{D}$  l'événement contraire de D.

1. Construire un arbre pondéré traduisant les données de l'énoncé.
2. Calculer les probabilités des événements  $A \cap D$  et  $B \cap D$ .
3. Calculer la probabilité que la barrette mémoire prélevée provienne du fournisseur C et présente un défaut.
4. Montrer que la probabilité que la barrette mémoire prélevée présente un défaut est égale à 0,013.
5. Une barrette mémoire prélevée au hasard présente un défaut.  
Calculer la probabilité qu'elle provienne du fournisseur C.

### Partie B

1. On prélève au hasard 80 barrettes mémoire dans le stock pour vérifier leur bon fonctionnement. On admet que la probabilité qu'une barrette mémoire prélevée au hasard dans le stock présente un défaut est égale à 0,013. Le stock est suffisamment important pour assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise de 80 barrettes mémoire.  
On note  $X$  la variable aléatoire qui, parmi les 80 barrettes mémoire prélevées, donne le nombre de barrettes mémoire défectueuses.
  - a) Justifier que la variable aléatoire  $X$  suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
  - b) Calculer la probabilité qu'aucune barrette mémoire ne présente un défaut.
  - c) En déduire la probabilité qu'au moins une barrette mémoire présente un défaut.
  - d) Calculer l'espérance de la variable aléatoire  $X$  et interpréter ce résultat.
2. On admet que la loi de la variable  $X$  peut être approchée par celle d'une variable  $Y$ , qui suit la loi de Poisson de paramètre 1,04.
  - a) Justifier la valeur du paramètre de cette loi.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES APPROFONDIES	SUJET	
18SIEF2MANC1	Durée : 2 heures	Page 2/4

## Exercice 2 (10 points)

Une entreprise assemble un nouveau modèle d'ordinateur, dont le coût unitaire est de 560 euros. Le responsable du marketing souhaite réaliser un bénéfice maximal avec sa vente, en déterminant le prix de vente unitaire adéquat, dans un certain intervalle de prix envisageable : entre 500 euros et 1600 euros par ordinateur.

Pour un prix de vente unitaire  $x$ , exprimé en centaines d'euro, une étude de marché a permis de modéliser le nombre d'acheteurs par l'expression  $300e^{-0,3x}$ .

### Partie A - Étude d'une fonction $b$

On considère les fonctions  $f$ ,  $g$ ,  $b$ , définies pour tout nombre  $x$  de l'intervalle  $[5 ; 16]$  par :

$$f(x) = 300xe^{-0,3x}, \quad g(x) = 1680e^{-0,3x} \quad \text{et} \quad b(x) = f(x) - g(x).$$

1. Montrer que, pour tout nombre  $x$  de l'intervalle  $[5 ; 16]$ , on a  $b(x) = (300x - 1680)e^{-0,3x}$ .
2. Un logiciel de calcul formel donne  $b'(x) = 6 \times (134 - 15x)e^{-0,3x}$ . Démontrer ce résultat.
3. Étudier le signe de  $b'(x)$  pour tout  $x$  de l'intervalle  $[5 ; 16]$ , puis dresser le tableau de variation de la fonction  $b$  sur cet intervalle.
4. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant, en arrondissant les valeurs au centième.

$x$	5	6	7	8	$\frac{134}{15}$	10	12	14	16
$b(x)$									

5. Sur une feuille de papier millimétré, tracer la représentation graphique de la fonction  $b$  dans un repère orthogonal. On prendra 1 cm pour 1 unité en abscisses, en commençant par la valeur 5, et 1 cm pour 10 unités en ordonnées.

### Partie B – Applications

On rappelle que le bénéfice réalisé dans la vente d'un produit est égal à la différence entre le chiffre d'affaire réalisé à l'issue de cette vente et le coût de production de ce produit.

1. Que représentent, dans le contexte de l'exercice, les expressions  $f(x)$ ,  $g(x)$  et  $b(x)$  définies dans la partie A, en centaines d'euro ?
2. À quel prix, à l'euro près, le chef du marketing doit-il vendre les ordinateurs pour réaliser un bénéfice maximal ? Quel est, à l'euro près, ce bénéfice maximal ?
3. En utilisant la représentation graphique de la question A-5., déterminer les prix de vente minimum et maximum à proposer, à la dizaine d'euro près, pour que le bénéfice soit au moins égal à 6 000 euros. On indiquera sur le graphique les pointillés nécessaires à la lecture.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES APPROFONDIES	SUJET	
18SIEF2MANC1	Durée : 2 heures	Page 4/4

- b) En utilisant la loi de la variable  $Y$ , déterminer la probabilité qu'un prélèvement aléatoire de 80 barrettes mémoire dans le stock contienne au maximum 4 barrettes mémoire défectueuses.
3. Dans cette question, on prélève au hasard 1000 barrettes mémoire dans le stock. À nouveau, on suppose le stock suffisamment important pour assimiler ce prélèvement à 1000 tirages aléatoires avec remise.
- On modélise alors le nombre de barrettes mémoire défectueuses dans ce prélèvement par une variable aléatoire  $Z$  qui suit la loi normale de moyenne  $\mu = 13$  et d'écart-type  $\sigma = 3,58$  (valeurs arrondies au centième).
- a) Justifier la valeur des paramètres de cette loi.
- b) Déterminer la probabilité que, dans un prélèvement aléatoire de 1000 barrettes mémoire, il y ait au moins 17 barrettes mémoire présentant un défaut, en calculant  $P(Z \geq 16,5)$ .

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES APPROFONDIES	SUJET	
18SIEF2MANC1	Durée : 2 heures	Page 3/4