

# **BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS**

**SESSION 2018**

**SUJET**

**ÉPREUVE EF2 – MATHÉMATIQUES APPROFONDIES**

Sous-épreuve UF2 - facultative

Seuls les points supérieurs à 10 sont pris en compte.

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Il comprend 4 pages numérotées de la page 1/4 à 4/4.

Une feuille de papier millimétré est à fournir avec le sujet.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES APPROFONDIES	SUJET	
18SIEF2MAPO1	Durée : 2 heures	Page 1/4

## Exercice 1 (10 points)

On installe un nouveau logiciel dans une entreprise. Un quart du personnel suit un stage de formation à son usage. Ainsi, la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans l'entreprise ait suivi le stage vaut :  $p = 0,25$ .

On choisit au hasard  $n$  personnes dans l'entreprise. On suppose l'effectif suffisamment important pour assimiler ce choix à un tirage avec remise.

1. Dans cette question, on choisit au hasard 10 personnes. Ainsi,  $n = 10$ .

On note  $X$  la variable aléatoire qui, parmi les 10 personnes choisies, comptabilise les personnes ayant suivi le stage.

a) Expliquer pourquoi la variable  $X$  suit une loi binomiale, puis donner ses paramètres.

b) Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants, en arrondissant au centième :

A : « parmi les 10 personnes choisies, 3 personnes exactement ont suivi le stage » ;

B : « parmi les 10 personnes choisies, au moins une personne a suivi le stage ».

2. Dans cette question on prend  $n = 600$ .

On note  $Y$  la variable aléatoire qui, parmi 600 personnes choisies, associe le nombre de personnes ayant suivi le stage.

On admet que la variable  $Y$  suit la loi binomiale de paramètres  $n = 600$  et  $p = 0,25$ .

a) Déterminer l'espérance mathématique de la variable aléatoire  $Y$ . En donner une interprétation.

b) Déterminer l'écart type de la variable aléatoire  $Y$ . Arrondir le résultat au dixième.

c) On décide d'approcher la loi de probabilité de la variable aléatoire  $Y$  par la loi normale de moyenne 150 et d'écart type 10,6. On note  $Z$  une variable aléatoire suivant cette loi.

En utilisant cette approximation, calculer la probabilité qu'au plus 130 personnes choisies au hasard aient suivi le stage, en calculant  $P(Z \leq 130,5)$ . Arrondir le résultat au millième.

3. L'entreprise comprend 52 % de femmes. Le stage de formation a été suivi par 40 % du personnel féminin et par 15 % du personnel masculin.

On choisit une personne au hasard dans l'entreprise et on définit les événements suivants :

$F$  : « la personne choisie est une femme » ;

$S$  : « la personne choisie a suivi le stage ».

a) Traduire les données de l'énoncé en fonction des événements  $F$  et  $S$ .

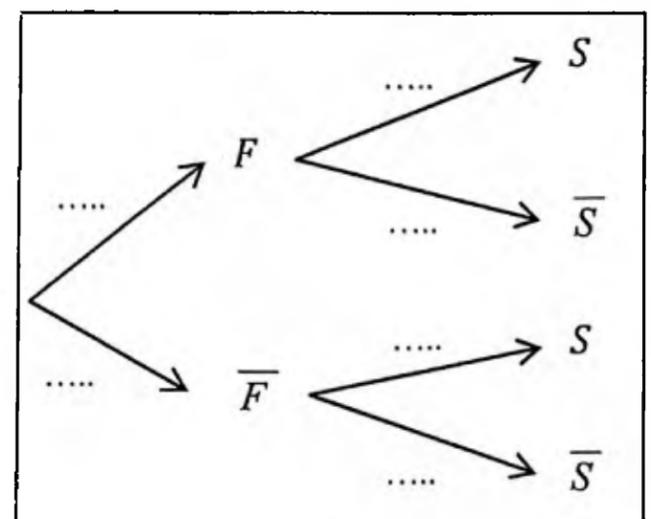
b) Reproduire et compléter l'arbre de probabilité ci-contre.

c) Calculer la probabilité de l'événement : « la personne choisie est une femme et a suivi le stage ».

d) Calculer  $P(S)$ .

e) Calculer  $P_S(F)$ , en arrondissant au centième.

Interpréter cette probabilité dans le contexte de l'exercice.



BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES APPROFONDIES	SUJET	
18SIEF2MAPO1	Durée : 2 heures	Page 2/4

## Exercice 2 (10 points)

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

### Partie A – Recherche d’un modèle fonctionnel

Une entreprise réalise une étude de marché avant de commercialiser un logiciel à usage professionnel.

Des concurrents ont récemment vendu un produit similaire. Le nombre de logiciels vendus au cours de certains mois après la mise sur le marché est donné dans le tableau suivant.

Rang du mois : $x_i$	1	6	11	16	21	26	31	36
Nombre de logiciels vendus : $z_i$	60	250	340	360	320	270	220	200

Ainsi, par exemple, le 11<sup>e</sup> mois après la mise sur le marché, 340 logiciels ont été vendus.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant, en arrondissant les valeurs au centième.

Rang du mois	1	6	11	16	21	26	31	36
$y_i = \ln\left(\frac{z_i}{x_i}\right)$	4,09							

2. Une étude a permis de modéliser la dépendance entre  $x$  et  $z$  par l'égalité suivante :

$$\ln\left(\frac{z}{x}\right) = -0,07x + 4.$$

Cette relation permet d'exprimer  $z$  en fonction de  $x$ , sous la forme d'une relation de dépendance du type  $z = Ax e^{Bx}$ .

- a) Justifier le fait que  $A = 54,6$  en arrondissant la valeur au dixième.
- b) Donner la valeur de  $B$ .

### Partie B – Étude d’une autre fonction modélisante

L'équipe commerciale envisage de mettre sur le marché un logiciel analogue, mais plus complet que celui des concurrents. Pour ce nouveau logiciel, les prévisions permettent de modéliser le nombre mensuel des ventes par la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 36]$  par :

$$f(x) = 100x e^{-0,1x},$$

où  $f(x)$  est le nombre de logiciels vendus au cours du mois de rang  $x$ .

1.
  - a) Calculer la dérivée de la fonction  $x \mapsto e^{-0,1x}$  sur l'intervalle  $[0 ; 36]$ .
  - b) En déduire la dérivée de la fonction  $f$  sur cet intervalle.
2.
  - a) Justifier le fait que le signe de  $f'(x)$  est le même que celui de  $10 - x$ .
  - b) En déduire le tableau des variations de la fonction  $f$ .
3. Tracer la représentation graphique de la fonction  $f$  sur papier millimétré. On prendra 1 cm pour 2 unités sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 50 unités sur l'axe des ordonnées.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES APPROFONDIES	SUJET	
18SIEF2MAPO1	Durée : 2 heures	Page 3/4

4. L'entreprise décide de cesser la commercialisation du produit dès que le nombre de ventes prévues au cours d'un mois donné repasse sous le seuil des 150 unités par mois.

À l'aide de la représentation graphique ou de la calculatrice, déterminer à partir quel mois cessera cette commercialisation.

5. On définit sur l'intervalle  $[0 ; 36]$  la fonction  $F$  par :  $F(x) = (-1\,000x - 10\,000)e^{-0,1x}$ .

Un logiciel de calcul formel donne  $F'(x) = 100xe^{-0,1x}$ .

Déterminer la valeur moyenne de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 36]$ , en arrondissant à l'unité.  
Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES APPROFONDIES	SUJET	
18SIEF2MAPO1	Durée : 2 heures	Page 4/4