

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS

ÉPREUVE EF2 – MATHÉMATIQUES APPROFONDIES

2019

SUJET

Durée : 2 heures

Seuls les points supérieurs à 10 sont pris en compte

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Ce document comporte 5 pages numérotées de la page 1/5 à 5/5.

Dès que ce document vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

La dernière feuille est une feuille annexe (Annexe 2, page 5/5), à rendre avec la copie.

2019	BTS SIO		Sujet
19SIEF2MAME1 Id 18C+D	UF2 Mathématiques approfondies	Durée : 2 h 00	1 / 5

Exercice 1 (10 points)

Une entreprise produit des batteries de téléphone portable. Le service qualité a effectué, au cours de 18 mois consécutifs, un relevé statistique portant sur la longévité de ces batteries. Les résultats sont présentés dans le tableau suivant.

Temps t_i écoulé en mois depuis la mise en service	3	6	9	12	18
Pourcentage p_i de batteries fonctionnant correctement après le temps t_i	83	69	57	47	32

Par exemple, la première colonne de nombres signifie qu'après le 3^e mois, 83 % des batteries fonctionnent correctement.

Les trois parties A, B et C peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A – Dans cette partie, les résultats seront arrondis au millième

1. On prélève au hasard une batterie dans le stock de l'entreprise. On admet que toutes les batteries ont la même probabilité d'être prélevées.

On note :

- A l'événement « la batterie fonctionne correctement après le 9^e mois » ;
- B l'événement « la batterie ne fonctionne plus correctement après le 12^e mois ».

a) Déterminer la probabilité de l'événement A , puis celle de l'événement B .

b) Déterminer la probabilité de l'événement : « la batterie fonctionne correctement après 9^e mois et elle ne fonctionne plus correctement après le 12^e mois ».

c) Calculer la probabilité que la batterie ne fonctionne plus correctement après le 12^e mois sachant qu'elle fonctionne correctement après le 9^e mois.

2. On prélève aléatoirement avec remise 8 batteries dans le stock. On considère que les batteries fonctionnent de manière indépendante.

On note X la variable aléatoire qui comptabilise, dans ces 8 batteries prélevées, le nombre de celles qui fonctionnent correctement après le 9^e mois.

a) Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ?

Justifier la réponse et donner les paramètres de cette loi.

b) Calculer la probabilité de l'événement : « parmi les 8 batteries prélevées, 3 batteries ou moins fonctionnent correctement après le 9^e mois ».

3. On prélève aléatoirement avec remise 50 batteries dans le stock. On note Y la variable aléatoire qui comptabilise, parmi les 50 batteries prélevées, le nombre de celles qui fonctionnent correctement après le 6^e mois.

On admet que la loi de la variable Y peut être approchée par une loi normale de moyenne 35 et d'écart-type 3,2.

Déterminer $P(Y \geq 30)$.

Partie B

Cette partie étudie le lien de dépendance entre le temps t_i écoulé en mois et le pourcentage p_i tels qu'ils sont définis dans le préambule de cet exercice. Pour cela, on pose $z_i = \ln(p_i)$.

2019	BTS SIO		Sujet
19SIEF2MAME1 Id 18C+D	UF2 Mathématiques approfondies	Durée : 2 h 00	2 / 5

1. Recopier puis compléter le tableau suivant, en arrondissant les valeurs au centième.

Temps t_i écoulé en mois depuis la mise en service	3	6	9	12	18
Pourcentage p_i de batteries encore en fonction après le temps t_i	83	69	57	47	32
$z_i = \ln(p_i)$	4,42				

2. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de z en t par la méthode des moindres carrés, en arrondissant les coefficients au centième.
Préciser une valeur du coefficient de corrélation linéaire.
3. En déduire une expression de la forme $p = ce^{dt}$, où c et d sont des constantes que l'on déterminera, en arrondissant les valeurs au centième.

Partie C

Le temps de bon fonctionnement d'une batterie, exprimé en mois, est modélisé par une variable aléatoire T qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,0625$.

- Quelle est la probabilité que le temps de bon fonctionnement de la batterie dépasse 24 mois ?
On arrondira le résultat au millième.
- Déterminer le temps moyen de bon fonctionnement de la batterie.
- Déterminer le réel t tel que $P(T \leq t) = 0,5$. On donnera la valeur de t arrondie à l'entier.
Interpréter le résultat obtenu.

Exercice 2 (10 points)

Dans tout l'exercice, on pourra se référer aux résultats obtenus avec un logiciel de calcul formel.
Ces résultats sont reproduits en annexe 1, page 4/5.

Partie A - Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 18]$ par : $f(x) = (x + 5)e^{-0,1x}$

1. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant, dans lequel $f(x)$ est arrondi au dixième.

x	0	6	12	18
$f(x)$	5			

- Déterminer une expression de $f'(x)$ (on pourra utiliser des résultats obtenus par calcul formel dans l'annexe 1, page 4/5).
- Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 18]$.

2019	BTS SIO		Sujet
19SIEF2MAME1 Id 18C+D	UF2 Mathématiques approfondies	Durée : 2 h 00	3 / 5

4. Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 18]$. (On pourra utiliser des résultats obtenus par calcul formel dans l'annexe 1, page 4/5).
5. **En annexe 2, à rendre avec la copie**, la courbe représentative de la fonction f a été construite dans un repère orthogonal.
- a) Hachurer, sur ce graphique, le domaine dont l'aire s'exprime, en unité d'aire, par l'intégrale : $I = \int_2^{12} f(x) dx$.
- b) Déterminer la valeur exacte de l'intégrale I , puis sa valeur arrondie au dixième.
- c) En déduire la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[2 ; 12]$. Arrondir cette valeur au dixième.

Partie B - Interprétations des résultats de la partie A

Une entreprise vend des batteries de téléphone portable depuis le mois de décembre 2018.

On note x le rang du mois écoulé depuis le mois de décembre 2018.

Ainsi $x = 0$ pour le mois de décembre 2018, $x = 1$ pour le mois de janvier 2019, etc.

On admet alors que $f(x)$ modélise, en milliers d'unité, le nombre de batteries vendues par l'entreprise durant le mois x .

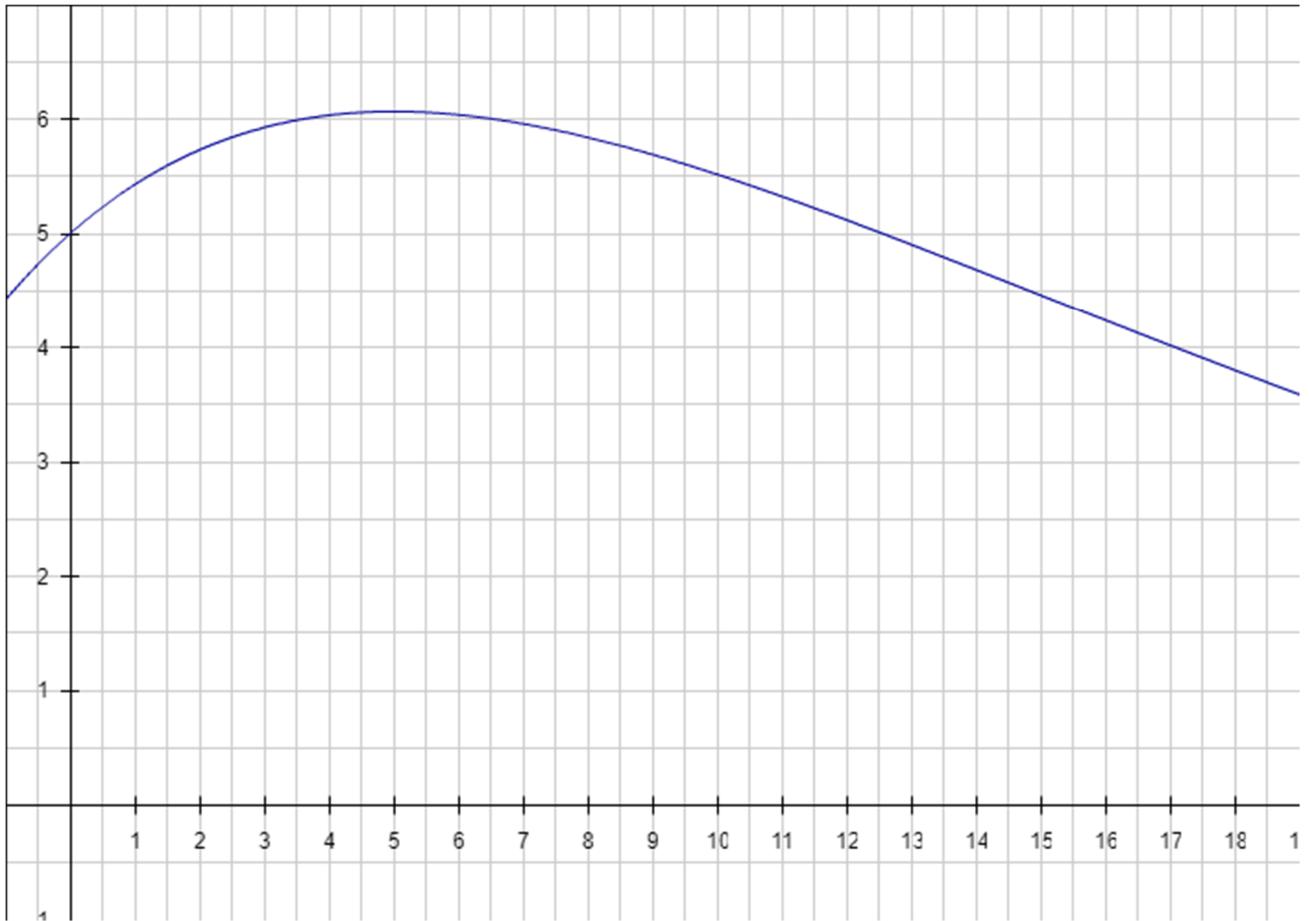
1. Donner une estimation du nombre de batteries qui seront vendues lors du mois de décembre 2019.
2. Déterminer le mois durant lequel le nombre de batteries vendues sera maximal.
3. Donner une estimation du nombre mensuel moyen de batteries qui seront vendues, entre le mois de février 2019 et le mois de décembre 2019, ces deux mois étant compris.

ANNEXE 1

Résultats obtenus avec un logiciel de calcul formel	
1	Dérivée $[x + 5]$ $\rightarrow 1$
2	Dérivée $[0.5 * x^2 + 5 * x]$ $\rightarrow x + 5$
3	Dérivée $[\exp(-0.1 * x)]$ $\rightarrow -0.1 * \exp(-0.1 * x)$
4	Dérivée $[-10 * \exp(-0.1 * x)]$ $\rightarrow \exp(-0.1 * x)$
5	Dérivée $[(x + 5) * \exp(-0.1 * x)]$ $\rightarrow (0.5 - 0.1 * x) * \exp(-0.1 * x)$
6	Dérivée $[(-150 - 10 * x) * \exp(-0.1 * x)]$ $\rightarrow (x + 5) * \exp(-0.1 * x)$

2019	BTS SIO		Sujet
19SIEF2MAME1 Id 18C+D	UF2 Mathématiques approfondies	Durée : 2 h 00	4 / 5

ANNEXE 2
À RENDRE AVEC LA COPIE



2019	BTS SIO		Sujet
19SIEF2MAME1 Id 18C+D	UF2 Mathématiques approfondies	Durée : 2 h 00	5 / 5