

**BTS
SERVICES INFORMATIQUES
AUX ORGANISATIONS**

**ÉPREUVE E2 – MATHÉMATIQUES POUR
L'INFORMATIQUE**

Sous-épreuve E21 – Mathématiques

SUJET

SESSION 2020

Durée : 2 heures

Coefficient : 2

Matériel autorisé :

- l'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.
- l'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce document comporte 4 pages, numérotées de 1/4 à 4/4.

BTS Services informatiques aux organisations (SIO)		Session 2020
E21 Mathématiques pour l'informatique	Code : 20SIE2MATME1 (id 20A)	Page : 1/4

Exercice 1 (5 points)

Une entreprise fabrique des manettes pour consoles de jeux vidéo. Elle en propose de deux tailles différentes : grandes ou bien petites ; qui sont de couleur soit noires, soit argentées pour chaque taille ; et qui sont sans fil ou bien à brancher pour chaque taille également.

On introduit les variables booléennes suivantes :

- g signifie que la manette est grande, \bar{g} que la manette est petite ;
- n signifie que la manette est de couleur noire, \bar{n} que la manette est de couleur argentée ;
- b signifie que la manette est à brancher, \bar{b} que la manette est sans fil.

Cette entreprise fournit plusieurs fabricants qui lui en achètent des quantités analogues. Après plusieurs mois de vente, l'entreprise constate que les manettes vendues sont de l'un au moins des 4 types suivants :

- les grandes manettes sans fil ;
- les petites manettes de couleur noires ;
- les petites manettes de couleur argentées et sans fil ;
- les petites manettes qui sont à brancher.

On note E l'expression booléenne correspondant aux types de manettes les plus vendues par l'entreprise. On admet que $E = g.\bar{b} + \bar{g}.n + \bar{g}.\bar{n}.\bar{b} + \bar{g}.b$.

1. Traduire par une phrase l'expression booléenne $\bar{g}.b$.
2. Représenter E par un tableau de Karnaugh, puis déterminer une forme simplifiée, à deux termes, de l'expression booléenne E .
3. Traduire par une phrase l'expression simplifiée E .
4. L'entreprise souhaite réduire sa production en supprimant les types de manettes non vendues. Lesquelles doit-elle supprimer ? Justifier votre réponse.

Exercice 2 (8 points)

Dans le modèle RGB (Red, Green, Blue), datant de 1931, la couleur et l'intensité de la lumière peuvent être représentées par la matrice colonne $C = \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$, où R représente l'intensité de la composante rouge, G l'intensité de la composante verte et B l'intensité de la composante bleue. L'intensité de chaque composante est, dans le système décimal, un entier compris entre 0 et 255 : 0 désigne l'absence de celle-ci et 255 désigne l'intensité maximale de celle-ci.

Partie A - Codage de couleurs.

La couleur « saumon » est codée par $\begin{pmatrix} 248 \\ 142 \\ 85 \end{pmatrix}$ en décimal, l'intensité du rouge est donc 248, celle du vert est 142 et celle du bleu est 85. Dans certains logiciels comme Photoshop par exemple, les couleurs sont codées par 3 nombres hexadécimaux à deux chiffres représentant les valeurs de Rouge, Vert et Bleu. En hexadécimal, cette couleur « saumon » est codée ($F8$; $8E$; 55) que l'on notera par la matrice $\begin{pmatrix} F8 \\ 8E \\ 55 \end{pmatrix}$.

BTS Services informatiques aux organisations (SIO)		Session 2020
E21 Mathématiques pour l'informatique	Code : 20SIE2MATME1 (id 20A)	Page : 2/4

1. La couleur « vert tilleul » est codée en écriture décimale par $\begin{pmatrix} 165 \\ 209 \\ 82 \end{pmatrix}$.

Déterminer son codage en hexadécimal, on détaillera la démarche pour la valeur 165.

2. La couleur « mauve » est codée en hexadécimal par $\begin{pmatrix} D4 \\ 73 \\ D4 \end{pmatrix}$.

Déterminer son codage en écriture décimale, on détaillera la démarche pour la valeur D4

3. Combien de couleurs différentes peut-on représenter avec ce mode de représentation ? Combien de bits utilise ce codage ?

Partie B - De la lumière vers l'œil.

La rétine d'un œil humain est composée de deux types de récepteurs : les cônes et les bâtonnets. Les bâtonnets sont responsables de la vision à faible niveau d'énergie (vision nocturne dite « scotopique » et vision à niveaux de gris) et ne perçoivent pas les couleurs. Ils mesurent l'intensité de la lumière visible. Les cônes sont responsables de la vision diurne colorée. La vision des couleurs n'est pas toutefois directe, elle est envoyée au

cerveau au moyen d'un signal $S = \begin{pmatrix} i \\ l \\ c \end{pmatrix}$, où :

- L'intensité i de la lumière est $i = \frac{1}{3}(R + G + B)$;
- L'intensité l des ondes longues est $l = R - G$;
- L'intensité c des ondes courtes est $c = B - \frac{R+G}{2}$

Par exemple, pour la couleur « vert tilleul » codée en décimal par $\begin{pmatrix} 165 \\ 209 \\ 82 \end{pmatrix}$, l'intensité i de la lumière est $i = \frac{1}{3}(165 + 209 + 82) = 152$; l'intensité l des ondes longues est

$l = 165 - 209 = -44$; et l'intensité c des ondes courtes est $c = 82 - \frac{165+209}{2} = -105$.

On note les matrices : $C = \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$ et $M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 1 & -1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$.

1. a. Donner une égalité reliant les matrices S , C et M .
- b. Calculer les différentes intensités i , l et c du signal lorsque $R = 150$, $G = 90$ et $B = 210$.

2. Soit N la matrice définie par : $N = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \\ 1 & 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$.

- a. Calculer le produit $N \times M$.
- b. Que peut-on en déduire pour les matrices N et M ?

BTS Services informatiques aux organisations (SIO)		Session 2020
E21 Mathématiques pour l'informatique	Code : 20SIE2MATME1 (id 20A)	Page : 3/4

3. a. Prouver que si $M \times C = S$ alors $C = N \times S$.
- b. Le cerveau reçoit comme signal : $i = 120$; $l = 100$ et $c = -90$.
Quelles sont les intensités R , G et B de la lumière reçue par l'œil ?

Exercice 3 (7 points)

En informatique, le code ASCII associe à certains caractères (lettre, chiffre, signe de ponctuation ...) un entier compris entre 0 et 255 que l'on appelle son code ASCII. La fonction code du tableur renvoie le code ASCII du caractère. L'extrait de tableur ci-dessous donne le codage de quelques caractères.

Lettre	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Code ASCII: n	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
$p=f(n)$	199	206																								

On décide de chiffrer (crypter) une lettre à partir de son code ASCII en utilisant la fonction f définie pour tout entier n tel que $0 \leq n < 256$ par : $f(n)$ est le reste de la division euclidienne de $7n$ par 256, c'est-à-dire que si on note $p = f(n)$, alors $p \equiv 7n \pmod{256}$ où $p = f(n)$, avec p entier tel que $0 \leq p < 256$.

Par exemple, le code ASCII de la lettre A est 65. On a $7 \times 65 \equiv 199 \pmod{256}$ et $0 \leq 199 < 256$ donc la lettre A est chiffrée par 199.

Partie A - Chiffrement

1. Vérifier que la lettre « B » est chiffrée par le nombre 206.
2. Déterminer le cryptage du mot « BTS ». (On séparera chaque code de lettre par un espace).

Partie B - Déchiffrement.

Pour déchiffrer un entier p compris entre 0 et 255 (inclus), on calcule le reste de la division euclidienne de $183 \times p$ par 256 ; autrement dit $n \equiv 183 \times p \pmod{256}$ avec n entier tel que $0 \leq n < 256$.

Par exemple, pour $p = 20$, on a $183 \times 20 \equiv 76 \pmod{256}$ et donc la valeur chiffrée correspond à la lettre L.

1. Déterminer la lettre correspondant à la valeur chiffrée 27. On détaillera la réponse.
2. Donner le mot de trois lettres correspondant au code chiffré des trois entiers :
234 255 34

Partie C - Justification

1. Prouver que $183 \times 7 \equiv 1 \pmod{256}$.
2. On souhaite justifier comment obtenir l'entier n à partir de l'entier $p = f(n)$.
On rappelle que $f(n) \equiv 7n \pmod{256}$.
En déduire que $183 \times f(n) \equiv n \pmod{256}$.

BTS Services informatiques aux organisations (SIO)		Session 2020
E21 Mathématiques pour l'informatique	Code : 20SIE2MATME1 (id 20A)	Page : 4/4