

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS

E2 MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE

2023

SUJET

Durée : 2 heures

coefficient : 2

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Ce document comporte 6 pages numérotées de la page 1/6 à 6/6

Dès que ce document vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

2023	BTS SIO			Sujet
23-SIE2MAT-ME-1 Id 23AC	E2 ² Mathématiques pour l'informatique	Coef : 2	Durée : 2 h 00	1/6

Exercice 1 (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Aucune justification n'est demandée. Pour chaque question, une seule affirmation est exacte.

Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à l'affirmation exacte.

Une réponse exacte vaut 1 point. Une réponse fausse ou une absence de réponse n'est pas pénalisée.

Question 1. On considère le nombre 2023 écrit en base dix. Son écriture en base seize est

A : E67	B : 7E7	C : 6E7
---------	---------	---------

Question 2. On considère les nombres, écrits en base deux, 1010_2 et 1011_2 .
La somme écrite en base deux de ces nombres est égale à

A : 1111_2	B : 10011_2	C : 10101_2
--------------	---------------	---------------

Question 3. On considère la relation binaire \mathfrak{R} définie sur \mathbb{R} par : $x\mathfrak{R}y \Leftrightarrow (xy \leq 0 \wedge x \neq y)$.
On a

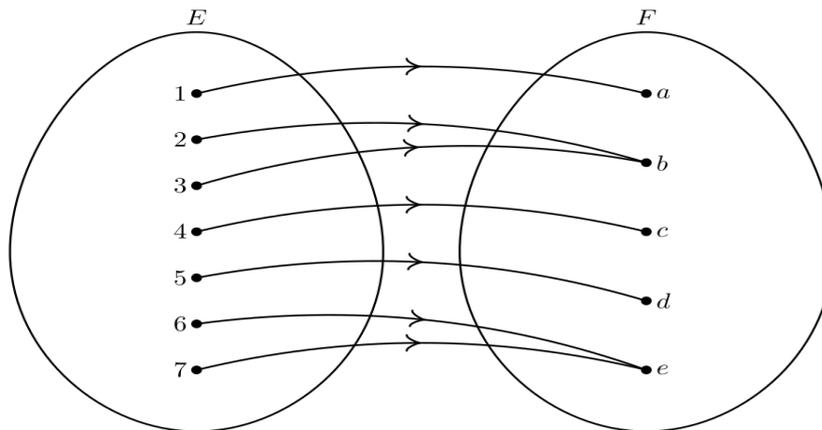
A : $(-3)\mathfrak{R}3$	B : $(-3)\mathfrak{R}(-4)$	C : $(-3)\mathfrak{R}(-3)$
-------------------------	----------------------------	----------------------------

Question 4. La relation binaire \mathfrak{R} définie à la question 3 est

A : réflexive	B : symétrique	C : transitive
---------------	----------------	----------------

2023	BTS SIO			Sujet
23-SIE2MAT-ME-1 Id 23AC	E2 ² Mathématiques pour l'informatique	Coef : 2	Durée : 2 h 00	2/6

Question 5. Une application f d'un ensemble E dans un ensemble F est définie par le diagramme ci-dessous.



L'application ainsi définie est

A : injective et non surjective	B : surjective et non injective	C : bijective
---------------------------------	---------------------------------	---------------

2023	BTS SIO			Sujet
23-SIE2MAT-ME-1 Id 23AC	E2 ² Mathématiques pour l'informatique	Coef : 2	Durée : 2 h 00	3/6

Exercice 2 (5 points)

Partie A

On considère le graphe orienté **G** comportant 3 sommets notés A, B et C dont la matrice

d'adjacence est P , où $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

1. Dessiner une représentation du graphe **G**.
2.
 - a. Calculer la matrice P^2 .
 - b. Combien de chemins de longueur 2 ont pour origine B ?
3. Déterminer la matrice d'adjacence \hat{P} et le graphe de la fermeture transitive de **G**.

Partie B

Dans un graphe orienté, on définit :

- le **degré entrant** d'un sommet comme étant le nombre d'arcs menant à ce sommet ;
- le **degré sortant** d'un sommet comme étant le nombre d'arcs issus de ce sommet.

1.
 - a. Calculer le degré entrant du sommet C du graphe **G** défini dans la partie A.
 - b. Calculer le degré sortant du sommet C du graphe **G** défini dans la partie A.
2. On étudie dans cette question les graphes orientés à trois sommets numérotés de 1 à 3.

On considère l'algorithme ci-dessous écrit en langage naturel où Degré_sortant désigne une fonction de paramètres M et s , M étant une matrice à 3 lignes et 3 colonnes et s un entier compris entre 1 et 3.

Le coefficient de la matrice M situé ligne i colonne j est noté m_{ij} .

Fonction Degré_sortant (M, s)

deg \leftarrow 0

Pour j allant de 1 à 3 **Faire**

Si m_{sj} **Faire**

Fin de Si

Fin de Pour

Retourner deg

Compléter cet algorithme pour que la fonction renvoie le degré sortant du sommet numéroté s dans un graphe dont la matrice d'adjacence est M .

Exercice 3 (10 points)

2023	BTS SIO			Sujet
23-SIE2MAT-ME-1 Id 23AC	E2 ² Mathématiques pour l'informatique	Coef : 2	Durée : 2 h 00	4/6

Une entreprise décide de mettre en place une authentification à plusieurs étapes permettant à ses employés d'accéder aux services en ligne qu'elle propose.

Partie A

La première authentification consiste à utiliser un mot de passe. À la première connexion, l'utilisateur doit créer un mot de passe de 8 à 16 caractères. Ces caractères peuvent être des lettres majuscules de l'alphabet ou des chiffres ou des caractères spéciaux (?, &, !, *, @, etc.). Pour être valide, un mot de passe doit remplir au moins l'une des trois conditions suivantes :

- il contient au moins trois chiffres et au moins deux caractères spéciaux ;
- il contient moins de trois chiffres, au moins deux caractères spéciaux et au moins dix lettres ;
- il contient moins de deux caractères spéciaux et au moins dix lettres.

1. Les mots de passe suivants sont-ils valides ? Justifier.

ABCDABCD?#

STU27ABCABCDE&

On définit les variables booléennes a , b et c de la manière suivante :

- a lorsque le mot de passe contient au moins trois chiffres, \bar{a} sinon ;
- b lorsque le mot de passe contient au moins deux caractères spéciaux, \bar{b} sinon ;
- c lorsque le mot de passe contient au moins dix lettres, \bar{c} sinon.

2.

- a. On appelle E l'expression booléenne qui traduit la validité d'un mot de passe. Traduire chacune des conditions de validité d'un mot de passe à l'aide des variables a , b et c , puis en déduire une expression de E .
- b. Représenter E dans un tableau de Karnaugh, puis en déduire une expression simplifiée de E sous la forme d'une somme de deux termes.
- c. Traduire par une phrase l'expression simplifiée de E .

3. Déterminer l'expression booléenne \bar{E} , négation de E .

2023	BTS SIO			Sujet
23-SIE2MAT-ME-1 Id 23AC	E2 ² Mathématiques pour l'informatique	Coef : 2	Durée : 2 h 00	5/6

Partie B

Pour la seconde authentification, le serveur de l'entreprise envoie à l'utilisateur un mot de passe codé qu'il devra décoder.

Le serveur de l'entreprise code un mot de passe de la façon suivante :

- à chaque lettre de l'alphabet, on associe son rang x selon le tableau ci-dessous

Lettre	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Rang	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Lettre	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Rang	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

- on fixe une clé $(a ; b)$, où a et b sont deux entiers naturels compris entre 0 et 25 ;
- on calcule le reste y de la division euclidienne de $ax + b$ par 26 ; on détermine ainsi le plus petit entier naturel y vérifiant $y \equiv ax + b [26]$;
- on cherche ensuite la lettre de l'alphabet dont le rang est y ;
- cette lettre code la lettre donnée au départ.

1. Le serveur de l'entreprise utilise la clé $(9 ; 15)$.
 - a. Montrer que la lettre C est codée par la lettre H.
 - b. Par quelle lettre est codée la lettre E ?
2. L'utilisateur veut décoder la lettre V associée à l'entier $y = 21$. Pour cela, il doit déterminer le plus petit entier naturel x vérifiant $21 \equiv 9x + 15 [26]$.
 - a. Déterminer un entier c vérifiant $9 \times c \equiv 1[26]$.
 - b. Montrer que si $21 \equiv 9x + 15 [26]$ alors $x \equiv 18 [26]$.
 - c. Décoder la lettre V.

2023	BTS SIO			Sujet
23-SIE2MAT-ME-1 Id 23AC	E2 ² Mathématiques pour l'informatique	Coef : 2	Durée : 2 h 00	6/6