

**BTS**  
**SERVICES INFORMATIQUES**  
**AUX ORGANISATIONS**

**EF2**  
**Mathématiques approfondies**

**2023**

**SUJET**

**Durée : 2 heures**

**Seuls les points supérieurs à 10 sont pris en compte.**

**L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.**

**L'usage de calculatrice sans mémoire « type collègue » est autorisé.**

**Ce document comporte 5 pages numérotées de la page 1/5 à 5/5.**

**Dès que ce document vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.**

2023	BTS SIO		Sujet
23-SIEF2MA-2	EF2 Mathématiques approfondies	Durée : 2h00	1/5

## Exercice 1 (10 points)

### Partie A - Étude d'une fonction

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[0 ; 60]$  par :

$$f(x) = 70 + (14x + 42)e^{-0,2x}$$

On note  $f'$  la dérivée de la fonction  $f$ .

1.

a. Justifier que pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[0 ; 60]$ , on a :

$$f'(x) = (-2,8x + 5,6)e^{-0,2x}$$

b. Étudier le signe de  $f'(x)$  sur l'intervalle  $[0 ; 60]$ .

c. En déduire le tableau de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 60]$ .

On arrondira à l'unité les valeurs des images.

d. Déterminer le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = 80$  sur l'intervalle  $[0 ; 60]$ .

2. On considère les fonctions  $g$  et  $G$  définies sur l'intervalle  $[0 ; 60]$ , par :

$$g(x) = (14x + 42)e^{-0,2x} \text{ et } G(x) = (-70x - 560)e^{-0,2x}$$

On admet que la fonction  $G$  est une primitive de la fonction  $g$  sur l'intervalle  $[0 ; 60]$

a. En déduire une primitive  $F$  de la fonction  $f$  sur  $[0 ; 60]$ .

b. Calculer la valeur exacte de  $\int_0^{60} f(x) dx$ , puis en donner une valeur approchée à l'unité.

c. En déduire que la valeur moyenne de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 60]$  est égale à 79, à l'unité près.

### Partie B – Application

En début de journée, on constate que le nombre de connexions au serveur d'une très grande entreprise est particulièrement élevé.

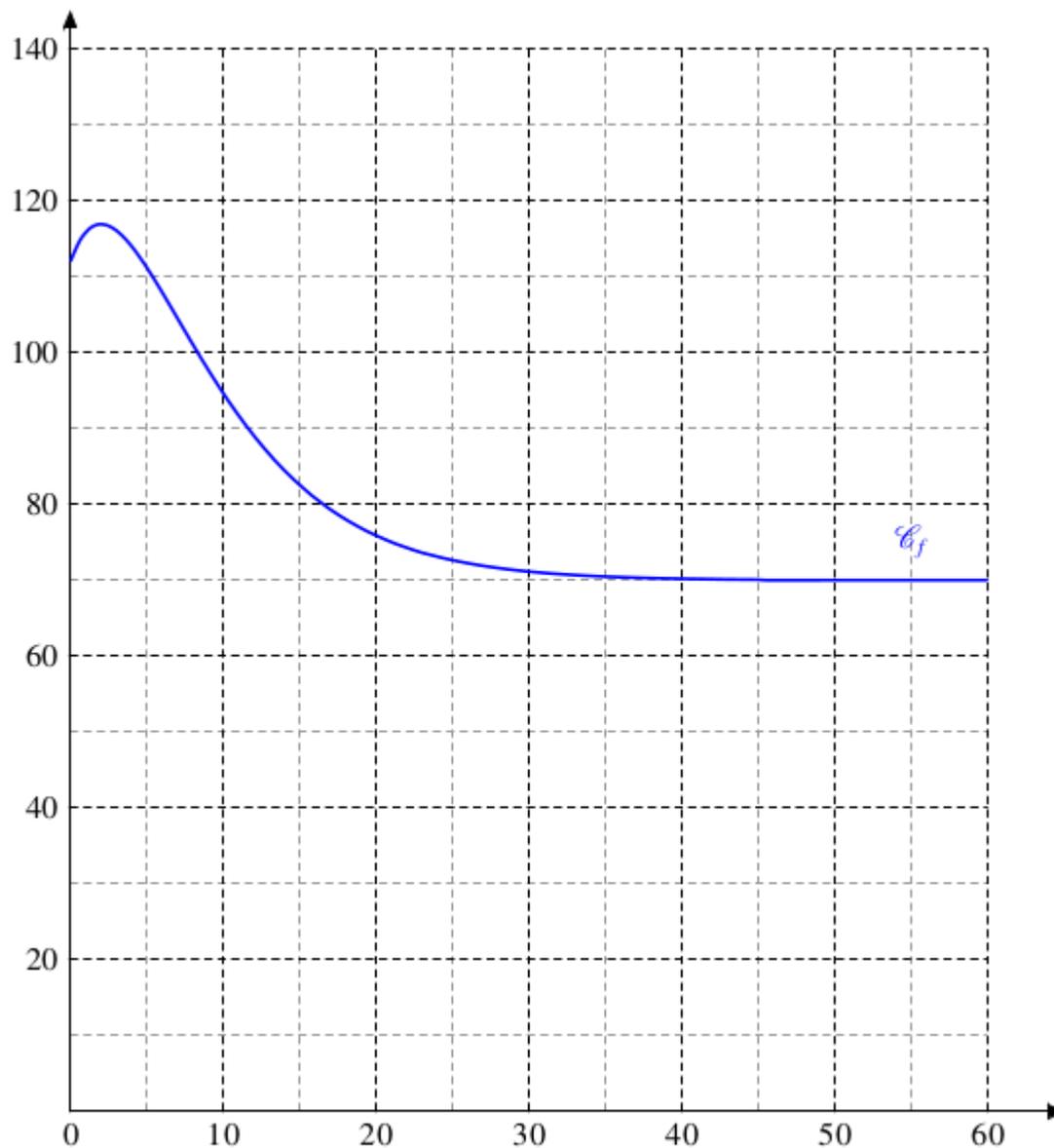
Dans cette partie on note  $x$  le temps écoulé en minutes depuis 8 h du matin.

Le nombre de milliers de connexions au serveur entre 8h et 9h du matin à un instant  $x$  est modélisé à l'aide de la fonction  $f$  étudiée dans la partie A.

- Déterminer à partir des résultats obtenus dans la partie A l'heure à laquelle le nombre de connexions au serveur est le plus élevé et le nombre de milliers de connexions à cet instant.
- Déterminer le nombre moyen de connexions au serveur au cours de cette première heure (entre 8h et 9h du matin). On arrondira le résultat au millier de connexions.

2023	BTS SIO		Sujet
23-SIEF2MA-2	EF2 Mathématiques approfondies	Durée : 2h00	2/5

3. À l'aide du graphique ci-dessous représentant la fonction  $f$  et avec la précision permise par celui-ci, déterminer à partir de quelle heure le nombre de connexions au serveur sera inférieur à 80 000.



2023	BTS SIO		Sujet
23-SIEF2MA-2	EF2 Mathématiques approfondies	Durée : 2h00	3/5

## Exercice 2 (10 points)

Une entreprise commande, auprès de deux fournisseurs A et B, un modèle d'appareil électronique qu'elle souhaite commercialiser.

Les appareils électroniques du stock de l'entreprise proviennent à 80 % du fournisseur A. Les 20 % restants proviennent du fournisseur B. On a remarqué que 1,5 % des appareils électroniques du fournisseur A sont défectueux et 4 % de ceux du fournisseur B sont défectueux.

### Partie A

On prélève au hasard un appareil électronique dans le stock de l'entreprise et on considère les événements suivants :

$A$  : « l'appareil provient du fournisseur A »

$B$  : « l'appareil provient du fournisseur B »

$D$  : « l'appareil est défectueux »

1. Déduire de l'énoncé les probabilités  $P(A)$  et  $P(B)$ , ainsi que les probabilités conditionnelles  $P_A(D)$  et  $P_B(D)$ .
2. Modéliser cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
3. Calculer la probabilité de l'événement  $D$ .
4. On constate qu'un appareil est défectueux. Quelle est la probabilité qu'il provienne du fournisseur A ?

2023	BTS SIO		Sujet
23-SIEF2MA-2	EF2 Mathématiques approfondies	Durée : 2h00	4/5

Dans la suite, on considère que 2 % des appareils du stock de l'entreprise sont défectueux.

## Partie B

Dans cette partie les résultats seront arrondis au millième si besoin.

Un client commande auprès de l'entreprise un lot de 150 appareils.

Le stock de l'entreprise est suffisamment important pour assimiler le choix des 150 appareils à des tirages successifs avec remise.

On note  $X$  la variable aléatoire qui associe à tout lot de 150 appareils, le nombre d'appareils défectueux.

1. Justifier que la variable aléatoire  $X$  suit une loi binomiale et donner les paramètres de cette loi.
2. Calculer l'espérance et l'écart-type de la variable aléatoire  $X$ .
3. Calculer la probabilité que 4 appareils exactement soient défectueux.
4. On admet que la loi de la variable aléatoire  $X$  peut être approchée par la loi d'une variable aléatoire  $Y$  qui suit la loi de Poisson de paramètre  $\lambda$ .
  - a. Justifier que  $\lambda = 3$ .
  - b. Déterminer, à l'aide de cette loi de Poisson, la probabilité qu'au moins 5 appareils soient défectueux.

## Partie C

Une grossiste commande auprès de l'entreprise un lot de 1500 appareils. On assimile le choix des 1500 appareils à des tirages successifs avec remise.

La variable aléatoire qui comptabilise le nombre d'appareils défectueux dans un lot de 1500 appareils, suit une loi binomiale. On admet que la loi de cette variable aléatoire peut être approchée par la loi d'une variable aléatoire  $Z$  qui suit la loi normale de moyenne 30 et d'écart-type 5,42.

1. Justifier le choix des paramètres de la loi normale.
2. Donner une approximation de la probabilité qu'il y ait entre 25 et 35 appareils défectueux, en calculant  $P(24,5 \leq Z \leq 35,5)$ , valeur arrondie à 0,001.
3. Calculer  $P(Z \leq 20,5)$  et en donner une valeur arrondie à 0,001.  
Donner une interprétation du résultat en termes d'appareils défectueux.

2023	BTS SIO		Sujet
23-SIEF2MA-2	EF2 Mathématiques approfondies	Durée : 2h00	5/5